Raúl Carlos Cotos Morales

MECÁNICA DE FLUIDOS

UNIVERSIDAD CATÓLICA LOS ÁNGELES
CHIMBOTE

Utex

Egresado de la Universidad San Pedro de Chimbote con el título profesional en Ingeniería Civil, Raúl Carlos Cotos Morales cuenta con una maestría en Gestión Publica en laUniversidad Cesar Vallejo y diplomados en especialización en Ingeniería y Gestión de Recursos Hídricos en la Universidad Nacional Agraria La Molina y en Gestión del Riesgo y Desastres en la Universidad Nacional de Ingeniería. Se desempeña como docente universitario en la Escuela Profesional de Ingeniería Civil de la Universidad Católica Los Ángeles de Chimbote. En el programa nacional Cuna Más del Ministerio de Desarrollo e Inclusión Social cumple la labor de técnico en infraestructura.

Raúl Carlos Cotos Morales

MECÁNICA DE FLUIDOS I

ULADECH CATÓLICA
UNIVERSIDAD CATÓLICA LOS ÁNGELES
CHIMBOTE

Utex

MECÁNICA DE FLUIDOS I

Raúl Carlos Cotos Morales

Diseño y diagramación:

Ediciones Carolina (Trujillo).

Editado por:

Universidad Católica Los Ángeles de Chimbote

Jr. Tumbes 247 Casco Urbano Chimbote – Perú

RUC: 20319956043

Telf: (043)343444

Primera edición digital, noviembre 2019.

ISBN: 78-612-4308-16-1

Libro digital disponible en:
http://repositorio.uladech.edu.pe/handle/123456789/

En memoria de mis padres,
Vicente Raúl y Florencia Avelina.
Aunque ya no están físicamente,
sobreviven en mi recuerdo por sus
consejos que me han permitido
llegar hasta dónde estoy ahora.

AGRADECIMIENTO

A Dios porque todo lo que he logrado hasta la fecha fue con su ayuda.
A mi hermana Sonia por su apoyo en esta nueva etapa de formación de mi vida profesional.
Al Ing. Pisfil Reque por el apoyo y confianza que me brindó para realizar este proyecto.
Mi más sincero agradecimiento a la Universidad Católica Los Ángeles de Chimbote por permitirme ser parte de este centro laboral y facilitar la realización de este trabajo de investigación.

Contenido

CAPÍTULO II: ESTÁTICA DE FLUIDOS

CAPÍTULO III: DINÁMICA DE FLUIDOS

Introducción

Estimados Estudiantes:

La asignatura de Mecánica de Fluidos I se estudia en el V ciclo de la Escuela Profesional de Ingeniería Civil. Esta asignatura de tipo específico es fundamental para la formación del futuro profesional de nuestra carrera y está conformada por tres unidades de aprendizaje, cada una con sus respectivos capítulos. La primera unidad abarca aspectos conceptuales referidos a la mecánica de fluidos, características, tipos de fluido, propiedades de los fluidos, esfuerzo cortante en fluidos viscosos, fluidos newtonianos y no newtonianos, presión de vapor, tensión superficial y capilaridad, entre otros aspectos conceptuales de mucha importancia para la comprensión de esta primera unidad.

La segunda unidad comprende los conceptos básicos de estática de fluidos, ecuación básica de la hidrostática, presión manométrica y absoluta, manómetros diferenciales, fuerzas hidrostáticas sobre superficies sumergidas planas y curvas, estabilidad de cuerpos sumergidos en fluidos, equilibrio relativo: traslación y rotación de masas líquidas. La tercera unidad desarrolla los conceptos básicos de la dinámica de fluidos, definición de flujo laminar y turbulento, método de volumen de control, principio de conservación de la masa: ecuación de continuidad, principio de conservación de la energía: ecuación de Bernoulli generalizada, gradiente hidráulica, cantidad de movimiento y momentum en fluidos, medidores de flujo y orificios, entre otros aspectos conceptuales de mucha importancia.

Capítulo I

FUNDAMENTOS DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

1. BREVE HISTORIA DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS

La mecánica de fluidos tiene sus orígenes en la hidráulica. Alrededor del año 400 a. C, tanto en Mesopotamia como en Egipto se incrementaron las obras hidráulicas para asegurar los regadíos. Posteriormente, los imperios griegos, chino y en especial el imperio romano se caracterizaron por la construcción de una gran cantidad de obras hidráulicas. Los sistemas de regadío de los Incas mejor desarrollados debido a la ganadería se caracterizan por ser acequias de piedras perfectamente construidas.

Los investigadores como Reynolds, Froude, Prandtl y Von Kármá, establecieron que el estudio de los fluidos debe ser una mezcla de teoría y experimentación. Con ellos nace la ciencia de la mecánica de fluidos, tal como la conocemos actualmente.

A continuación, se incluye breves notas sobre algunos de los principales personajes cuyos trabajos contribuyeron al desarrollo de la ciencia de la mecánica de fluidos como hoy la conocemos.

Arquímedes (287-212 a.C.): Matemático griego que estableció el principio "un sólido sumergido en un líquido recibe un empuje vertical hacia arriba igual al peso del volumen del líquido que desaloja". Este principio dio origen a las leyes de flotabilidad cuya aplicación es básica en el campo de la hidrostática (White).

Evangelista Torricelli (1608-1647) estudió el flujo de un líquido contenido en un recipiente, a través de un pequeño orificio, bajo la acción de la gravedad. A partir del teorema de Torricelli se puede calcular el caudal de salida de un líquido por un orificio. En 1644 estableció que la presión en la atmósfera es igual a la ejercida por una columna de mercurio de 760 mm de altura (Usunáris).

Blaise Pascal, en 1640, enuncia la ley "la presión ejercida sobre un fluido incompresible y en equilibrio dentro de un recipiente de paredes indeformables se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido”, lo que se conoce como el principio Pascal (Usunáris).

En 1687, Isaac Newton estableció la ecuación de la viscosidad, de modo que a los fluidos que responden a esta ecuación se les llama fluidos newtonianos (Usunáris).

En 1738, Daniel Bernoulli publicó su obra “Hidrodinámica”, que consideraba las propiedades más importantes del flujo de un fluido, la presión, la densidad y la velocidad, así como su relación fundamental conocida ahora como el principio de Bernoulli o la teoría dinámica de los fluidos (Usunáris).

Leonard Euler (1707-1783) dio una descripción de una vista posible para analizar los problemas en mecánica. Esta descripción es apropiada para la mecánica de fluidos y trata del campo del flujo y se denomina método descriptivo euleriano. En 1755 estableció las ecuaciones diferenciales del movimiento del fluido ideal (Usunáris).

Pitot Henri (1695-1771) fue un ingeniero y físico francés. En 1732 construyó un dispositivo de doble tubo para indicar la velocidad del agua a través de un diferencial de altura (Usunáris).

Chezy Antoine (1718-1798) formuló, en 1776, los parámetros de similitud para predecir las características de flujos de un canal tomadas de las medidas de otro canal (Usunáris).

El físico italiano Venturi Giovanni Battista (1746-1822) se distinguió por sus estudios sobre hidráulica. En 1797 descubrió el efecto Venturi que se basa en la aplicación del teorema de Bernoulli y la ecuación de continuidad mediante flujo en embocaduras y contracciones, medidor de Venturi (Usunáris).

Poiseuille (1799-1869) desarrolló pruebas meticulosas sobre la resistencia de flujos a través de tubos capilares. En 1838 demostró experimentalmente y formuló subsiguientemente en 1840 y 1846 la ley que rige la circulación laminar de los fluidos viscosos en tubos cilíndricos (Usunáris).

Ludwig Hagen Heinrich (1797-1884) fue un físico alemán y un ingeniero hidráulico. Condujo estudios originales sobre la resistencia y la transición entre flujos laminares y turbulentos.

Independientemente de Jean Léonard Marie Poiseuille, Hagen llevó a cabo en 1839 una serie de experimentos de flujos a baja velocidad y la fricción en paredes de tubos capilares, por lo que estableció la ley de flujo de Hagen que posteriormente se llamaría la ley de Hagen- Poiseuille.

Stokes George Gabriel (1819-1903) estableció la ciencia de la hidrodinámica con su ley de la viscosidad. Publicó un ensayo sobre movimiento incompresible del líquido en 1843 y líquido en fricción en movimiento, equilibrio y movimiento elástico sólido en 1845.

Navier (1785-1836) descubrió las ecuaciones bien conocidas de Navier-Stokes para un líquido incompresible en 1821. En 1822 él formuló las ecuaciones para los líquidos viscosos.

Weisbach Julius (1806-1871) incorporó lo hidráulico en tratados de ingeniería mecánica basado en experimentos originales; notables para patrones de flujo, coeficientes adimensionales, presas y ecuaciones de resistencia.

En París, en 1848, Darcy Henri (1803-1858) hizo una significante investigación en flujos y pérdidas por fricción en tuberías. En 1855 y 1856 condujo experimentos por los cuales pudo establecer la ley de Darcy para flujos en arenas. La ley establece una relación entre el caudal, el área, la permeabilidad de la arena y la carga hidráulica, así como la longitud del flujo (Usunáris).

Reynolds Osborne (1842-1912) fue un ingeniero y físico irlandés. Reynolds demostró en 1883 tras diversos experimentos que la velocidad crítica es directamente proporcional a la viscosidad "μ" del fluido, e inversamente proporcional a su densidad "ρ" y al diámetro "D" de la tubería, estableciendo así el numero adimensional llamado Reynolds (Usunáris).

William Froude (1810-1871) desarrolló muchas técnicas del remolque-tanque, en detalle la conversión de la onda y de la resistencia de la capa del límite del modelo a la escala del prototipo. En 1858 inventó un freno hidrodinámico industrial que lleva su nombre (Usunáris).

Manning Robert (1816-1897) propuso en 1899 varias fórmulas para la resistencia de canales abiertos (Usunáris).

Buckingham Edgar (1867-1940) describe, en 1907, la evaporación de agua desde el inferior de una capa de terreno, la desecación de suelos en condiciones secas y húmedas y los flujos insaturados y los efectos de la capilaridad y las interacciones moleculares entre agua y suelo (Usunáris).

Ludwig Prandtl (1875-1953) introdujo el concepto de la capa del límite y se considera generalmente ser el padre de la actual mecánica de fluidos. En 1904 Prandtl concibió la idea de la capa del límite, que colinda la superficie de un cuerpo que se mueve a través de un líquido. Es quizás el descubrimiento más grande de la historia de la mecánica de fluidos (Munson, p. 27).

Ferry Moody Lewis (1880-1953) previó muchas innovaciones en el campo de la maquinaria hidráulica; propuso un método correlativo a los datos de resistencia en tuberías y cañerías, los cuales son muy usados. En 1944 elaboró un diagrama para calcular el factor de fricción de fluidos viscosos, el cual es llamado hoy el diagrama de Moody.

En 1911, Von Kárman T. (1881-1963) hizo un análisis alternado de doble fila de vórtice detrás en un cuerpo plano en un flujo que ahora se conoce como el vórtice de Kárman.

2. LA MECÁNICA DE FLUIDOS

Se define como la ciencia que estudia el comportamiento de los fluidos en reposo o en movimiento y la interacción de estos con sólidos o con otros fluidos en las fronteras. (Cengel y Cimbala, p.2).

La mecánica de fluidos se puede dividir en dos campos:

- La estática de fluidos: estudia a los fluidos en estado de reposo.
- La dinámica de fluidos: estudia a los fluidos en movimiento.

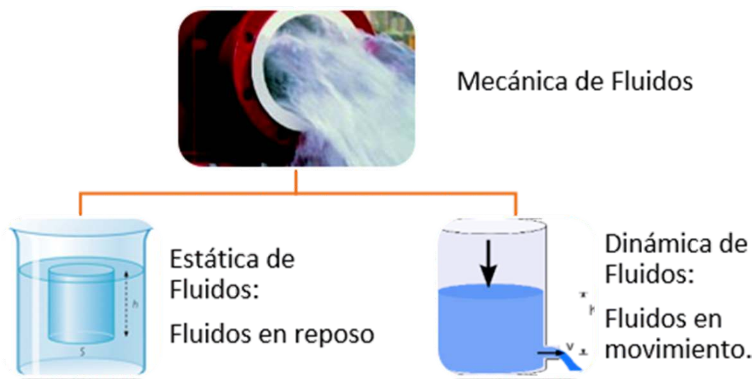


Gráfico N°01: Campos de la mecánica de fluidos.

3. EL FLUIDO

Son sustancias que se deforman continuamente cuando son sometidos a una fuerza tangencial o cortante. Los fluidos pueden dividirse en líquidos o gases:

Líquidos: Son aquellos que adoptan la forma del recipiente que los contienen, en particular cuando el volumen del recipiente supera al volumen del líquido se establecerá una superficie libre. Los líquidos son prácticamente incompresibles.

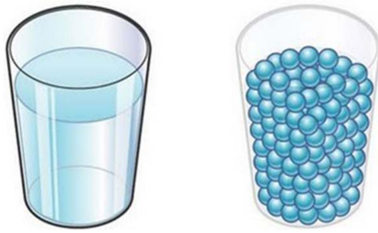


Figura N°01: Fluidos en estado líquido.

Gases: Son aquellos que ocupan totalmente el recipiente que los contiene, independientemente del volumen del mismo. Los gases son compresibles.

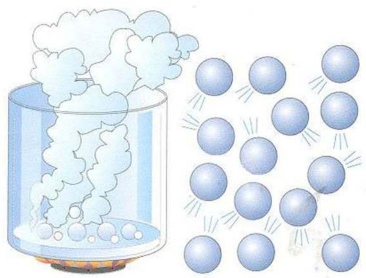


Figura N°02: Fluidos en estado gaseoso.

El medio continuo

El concepto de medio continuo nos permite simplificar el análisis y el estudio de los fluidos considerando la misma hipótesis utilizada para el estudio de los sólidos. Se considera que el fluido es continuo a lo largo del espacio que ocupa, ignorando por tanto su estructura molecular y las discontinuidades asociadas a ésta. Con este planteamiento se puede considerar que las propiedades del fluido (densidad, temperatura, etc.) son funciones continuas. El modelo del continuo supone que la estructura molecular es tan pequeña en relación con las dimensiones consideradas en los problemas de interés práctico, la que se puede ignorar. Cuando se emplea el modelo del continuo, un fluido se describe en función de sus propiedades, las cuales representan características promedio de su estructura molecular (Streeter).

4. TIPOS DE FLUIDOS

4.1. Fluidos newtonianos

Es un fluido cuya viscosidad puede considerarse constante en el tiempo. Los fluidos newtonianos son todos aquellos fluidos que se comportan según la ley de Newton de la viscosidad. Es decir que la viscosidad es función exclusiva de la condición del fluido.

4.2. Fluidos no newtonianos

Es aquel cuya viscosidad varía con la temperatura, la presión y la tensión cortante que se le aplica. Como resultado, un fluido no newtoniano no tiene un valor de viscosidad definido y constante, es decir varía con el tiempo. Los fluidos no newtonianos no se comportan de acuerdo con la ley de Newton de la viscosidad. (Streeter)

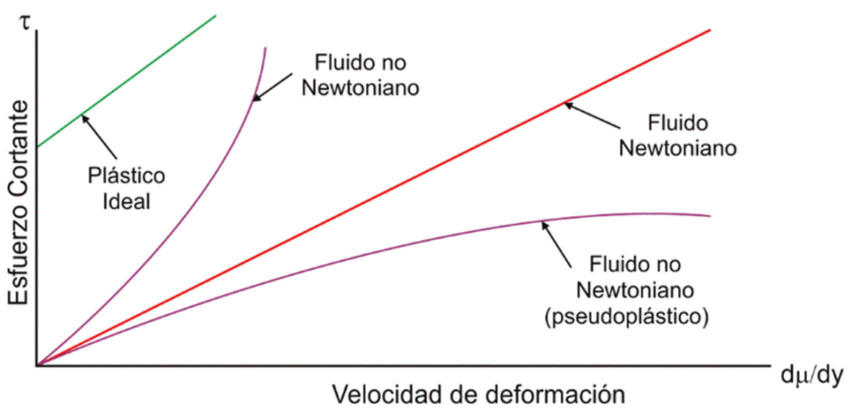


Gráfico N°02: Fluidos Newtonianos y no Newtonianos.
Fuente: M. Potter. Mecánica de Fluidos.p16

4.3. Fluidos ideales

Se llama fluido ideal a un fluido de viscosidad nula, incompresible y deformable cuando es sometido a tensiones cortantes por muy pequeñas que éstas sean. Sus características son: Flujo estacionario cuando la velocidad del fluido en un punto es constante en el tiempo y flujo irrotacional cuando no presenta torbellinos; es decir, no hay momento angular del fluido respecto de cualquier punto.

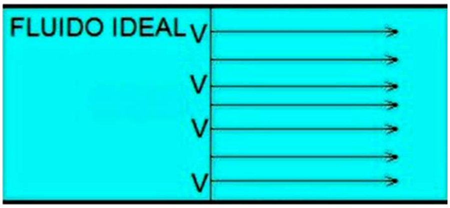


Figura N°03: Velocidad lineal en fluidos ideales.

4.4. Fluidos Reales

Los fluidos reales se distinguen de los ideales en que poseen una cierta viscosidad, es decir, un rozamiento interior que origina tensiones tangenciales entre los fluidos. Podemos considerar la viscosidad como una especie de rozamiento interno en los fluidos, en los cuales aparecen esfuerzos cortantes sobre la superficie de un elemento de fluido en movimiento relativo respecto al resto del fluido. Tanto los líquidos como los gases presentan viscosidad, aunque los primeros son mucho más viscosos que los segundos.

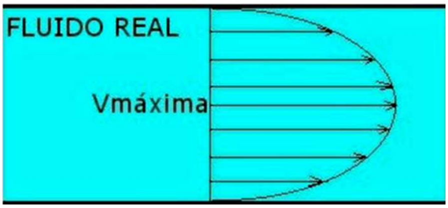


Figura N°04: Velocidad parabólica en fluidos reales.

5. DIMENSIONES Y SISTEMAS DE UNIDADES

Dimensión es la medida por la cual una variable física se expresa cuantitativamente. Unidad es una forma particular de asignar un número a la dimensión cuantitativa. En la mecánica de fluidos se usan magnitudes de diferente naturaleza con la característica común de que son susceptibles de medición. Unas son de naturaleza abstracta, como el tiempo, la longitud, la velocidad, etc. y otras son una medida de las manifestaciones moleculares globales de las sustancias como, por ejemplo, la densidad, la presión, la temperatura, etc.

Análisis Dimensional

El análisis dimensional es un método que nos permite encontrar relaciones entre las magnitudes o variables que intervienen en un fenómeno físico mediante una ecuación que debe ser dimensionalmente homogénea.

Existen dos sistemas dimensionales:

1. Masa [M], longitud [L], tiempo [T], temperatura [θ].
2. Fuerza [F], longitud [L], tiempo [T], temperatura [θ].

Dimensiones primarias o fundamentales

Son aquellas cantidades físicas a partir de las cuales todas las demás pueden formarse. Se tratan simplemente como dimensiones, las cuales son en términos de un sistema particular de dimensiones: longitud, tiempo, masa, fuerza y temperatura.

Magnitud	Masa	Longitud	Tiempo	Temperatura
Dimensión	M	L	T	θ

Dimensiones secundarias o derivadas

Tabla N°01: Dimensiones Secundarias

Magnitud	Símbolo	Ec. Dimensional
Volumen	$\forall$	L^3
Densidad	ρ	ML^{-3}
Caudal	Q	L^3T^{-1}
Viscosidad dinámica	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Viscosidad cinemática	υ	L^2T^{-1}
Trabajo	W	ML^2T^{-2}
Potencia	$\dot{W}$	ML^2T^{-3}
Presión	P	$ML^{-1}T^{-2}$

Fuente: F. Ugarte. Mecánica de Fluidos.

Las unidades son los nombres y magnitudes arbitrarios que son adoptados como estándares de medición para las dimensiones primarias. Por ejemplo, la dimensión primaria de longitud puede medirse en unidades de metros, pies yardas o millas, relacionadas entre sí por medio de factores de conversión de unidades.

Sistema tradicional de unidades de Estados Unidos (sistema inglés)

El sistema de unidades inglés gravitacional se basa en el sistema de dimensiones FLTθ.

Tabla N°02: Sistemas de unidades inglés

Magnitud	Dimensión	Unidad
Fuerza	F	Lb
Longitud	L	pie
Tiempo	T	s
Temperatura	θ	°R, °F

Sistema Internacional de Unidades

El sistema internacional de unidades se basa en el sistema de dimensiones MLTθ.

Tabla N°03: Sistema Internacional de Unidades

Magnitud	Dimensión	Unidad
Masa	M	Kg
Longitud	L	m
Tiempo	T	s
Temperatura	θ	°K, °C

Tabla N°04: Magnitudes usadas en mecánica de fluidos

Magnitud	Símbolo	Ecuación Dimensional	Sistema internacional	Sistema tradicional americano
Fuerza	F	MLT^{-2}	N	Lb
Volumen	∀	L^3	m^3	Pie^3, $pulg.^3$
Densidad	ρ	ML^{-3}	Kg/m^3	$Slug/pie^3$
Caudal	Q	L^3T^{-1}	m^3/s	Pie^3/s
Viscosidad dinámica	μ	$ML^{-1}T^{-1}$	Kg/m.s; Pa.s	$Lb.s/pie^2$
Viscosidad cinemática	υ	L^2T^{-1}	m^2/s	$Pulg^2/s$
Trabajo	W	ML^2T^{-2}	J	Lb.pie
Potencia	$\dot{W}$	ML^2T^{-3}	W	HP
Presión	P	$ML^{-1}T^{-2}$	Pa	Lb/plg^2
velocidad	v	LT^{-1}	m/s	Pie/s
Aceleración	a	LT^{-2}	m/s^2	Pie/s^2
Área	A	L^2	m^2	Pie^2

Fuente: F. Ugarte. Mecánica de Fluidos.

Ejemplo Modelo 1.1:

La ecuación de Bernoulli para el flujo de un fluido ideal se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{P}{\gamma}+\frac{v^2}{2g}+z=constante$$

Demuestre que esta ecuación es dimensionalmente homogénea, es decir, que todos los términos tienen las mismas dimensiones.

Solución:

Termino 01:	$\frac{P}{\gamma}$	P = presión γ =peso especifico	$P=\frac{F}{A}$ $\gamma=\rho*g$
Termino 02:	$\frac{v^2}{2g}$	*v* = velocidad g = gravedad	$v=\frac{e}{t}$ Aceleración gravitacional
Termino 03:	Z	Elevación	Altura (longitud)

En el sistema dimensional MLTθ, se tiene que:

Termino 01:

F= m*a, donde: m= masa, a= aceleración

La masa tiene dimensión M, la aceleración es igual a la distancia entre el tiempo al cuadrado, entonces la aceleración tiene dimensiones: $a=LT^{-2}$. La densidad se expresa como masa entre el volumen. Por lo tanto, la expresión del término 01, queda:

$$\frac{P}{\gamma}=\frac{\frac{F}{A}}{\rho * g}=\frac{\frac{m * a}{A}}{\frac{m}{\forall} * g}=\frac{\frac{MLT^{-2}}{L^2}}{\frac{M}{L^3} * LT^{-2}}=\frac{ML^{-1}T^{-2}}{ML^{-2}T^{-2}}$$

$$\rightarrow \frac{P}{\gamma}=L$$

Termino 02

V = e/t, donde: e = espacio (distancia), t = tiempo. La gravedad g es una aceleración gravitacional de la tierra constante y sus dimensiones están dadas por g = LT^{-2}. Entonces el término se puede expresar:

$$\frac{v^2}{2g}=\frac{\left(\frac{e}{t}\right)^2}{2 * g}=\frac{\left(\frac{L}{T}\right)^2}{2 * LT^{-2}}=\frac{\frac{L^2}{T^2}}{2 * LT^{-2}}=\frac{L^2T^{-2}}{2 * LT^{-2}} \rightarrow \frac{v^2}{2g}=\frac{L}{2}$$

Termino 03

Z viene a ser la elevación que hay en el punto de análisis, por lo tanto tiene dimensión de longitud; es decir: Z = L.

De acuerdo al análisis dimensional realizado se puede concluir que todos los términos de la ecuación de Bernoulli tienen la misma dimensión de longitud “L”.

6. PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

a. Densidad

Una de las formas más útiles de caracterizar una sustancia es especificar la cantidad de sustancia por unidad de volumen. La densidad de un material se define como la masa contenida en la unidad de volumen del material. Por tanto, operacionalmente la densidad está dada por:

$$\rho = \frac{m}{\forall}$$

Donde:
m = masa.

∀ = volumen.

ρ = densidad.

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
Kg/m^3	$Slug/pie^3$

b. Peso específico

Peso de un cuerpo por unidad de volumen.

$$\gamma = \frac{\mathcal{W}}{\forall}$$

Donde:
W = peso del cuerpo.

∀ = volumen.

γ = peso especifico.

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
N/m^3	lb/pie^3

Relación entre peso específico y densidad

Teniendo en cuenta que el peso es igual a W = m.g, se puede ver que la densidad y el peso específico están relacionados del siguiente modo:

$$\gamma = \frac{W}{\forall} = \frac{m * g}{\overline{V}}, pero\ \frac{m}{\overline{V}} = \rho$$

Entonces se puede decir que:

$$\boxed{\gamma = \rho * g}$$

Donde: γ = peso específico, g = gravedad, ρ = densidad.

c. Gravedad específica o densidad relativa

La gravedad especifica o densidad relativa de una sustancia se define como la razón entre la densidad de la sustancia y la densidad del agua a una temperatura determinada (4°C).

$$\boxed{Sg = \frac{\rho_{sustancia}}{\rho_{agua}}}$$

La densidad y el peso específico están relacionados, la densidad relativa también se puede definir como la relación entre el peso específico de una sustancia y el peso específico del agua a una temperatura determinada. De la siguiente manera:

$$\boxed{Sg = \frac{\gamma_{sustancia}}{\gamma_{agua}} = \frac{\rho_{sustancia} * \cancel{g}}{\rho_{agua} * \cancel{g}} = \frac{\rho_{sustancia}}{\rho_{agua}}}$$

Ejemplo Modelo 1.2:

Un recipiente cilíndrico de 1.0 m de diámetro y 2.0 m de alto, pesa 294 N, si se llena con un fluido líquido, el conjunto pesa 14.70 KN. Determinar el peso específico, la densidad y la gravedad especifica del líquido.

Solución:

Recipiente cilíndrico solo = W_C

D = 1 m

h = 2 m

W_C = 294 N

Recipiente cilíndrico + liquido = W_T

W_T = 14.70 KN = 14700 N

Peso del Líquido:

$$\mathcal{W}_L = \mathcal{W}_T - \mathcal{W}_C = 14700 - 294 \Rightarrow \mathcal{W}_L = 14\,406\ N$$

Volumen del recipiente:

$$\forall_C = A * h = \frac{\pi}{4} 1^2 * 2 \Rightarrow \forall_C = 1.57\ m3$$

Peso específico del líquido:

$$\gamma_L = \frac{\mathcal{W}_L}{\forall} = \frac{14406}{1.57} \Rightarrow \gamma_L = 9175.8 \frac{N}{m^3} = 9.176\ K\ N/m\,3$$

Densidad del Líquido:

$$\gamma_L = \rho_L * g \rightarrow \rho_L = \frac{\gamma_L}{g} = \frac{9175.8}{9.80} \rightarrow \rho_L = 936.3\ K\ g/m\,3$$

Gravedad especifica:

$$S_G = \frac{\rho_L}{\rho_{agua}} = \frac{936.3}{1000} \rightarrow S_G = 0.936$$

d. Compresibilidad

A cada incremento o disminución de la presión que se ejerce sobre un fluido le corresponde una contracción o expansión del fluido. Esta deformación (cambio del volumen) es llamada elasticidad o más concretamente compresibilidad. El parámetro usado para medir el grado de compresibilidad de una sustancia es el módulo volumétrico de elasticidad, E_V. Definido por la siguiente ecuación:

$$E_V = -\frac{dP}{\frac{d\forall}{\forall}}$$

Donde:

dP = incremento de presión.

d∀ = variación de volumen.

∀ = volumen contenido.

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
N/m^2	lb/pie^2, $lb/pulg^2$

En la mayoría de los casos, un líquido se podría considerar incompresible, pero cuando la presión cambia bruscamente, la compresibilidad se hace evidente e importante. Lo mismo ocurre si hay cambios importantes de temperatura.

El módulo volumétrico de elasticidad de un fluido es una medida que expresa cuán difícil es comprimirlo.

Ejemplo modelo 1.3:

Si el módulo de elasticidad volumétrica del agua es E_V = 2.2 GPa, ¿cuál es la presión requerida para reducir su volumen en un 0,5%?

Solución:

E_V = 2.2 GPa. d∀/∀ = 0.5% = 0.005

dP=?

$$E_V = -\frac{dP}{\frac{d\forall}{\forall}}; \text{despejamos } dP.$$

$$dP = -E_V * \left(\frac{d\forall}{\forall}\right) = 2.2 * 10^9 * 0.005 \rightarrow dP = 11\ MPa$$

e. Viscosidad

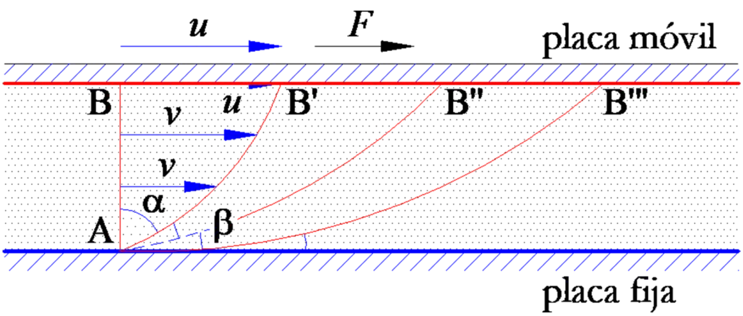
La viscosidad es la oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales. Todos los fluidos conocidos presentan algo de viscosidad, siendo el modelo de viscosidad nula una aproximación bastante buena para ciertas aplicaciones. Un fluido que no tiene viscosidad se llama fluido ideal.

La viscosidad se define como la relación existente entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad. Esta viscosidad recibe el nombre de viscosidad absoluta o viscosidad dinámica.

Viscosidad dinámica

Ecuación de Newton de la viscosidad

El principio de viscosidad de Newton establece que para un flujo laminar de ciertos fluidos llamados newtonianos, la tensión cortante en una interface tangente a la dirección de flujo es proporcional al gradiente de la velocidad en dirección normal a la interface.



Consideremos a dos placas paralelas, suficientemente grandes, separadas a una distancia pequeña “y”, estando el espacio entre ellas llena de fluido. Se supone que la placa inferior es fija, mientras que la placa superior se mueve en dirección paralela, a una velocidad “u”, debido a la aplicación de una fuerza F que se ejerce en un área “A” de la placa móvil. La velocidad del fluido en contacto con la placa inferior tiende a ser cero, mientras que la velocidad del fluido en contacto con la superficie superior tiende a ser u. La forma de la variación de la velocidad con la distancia entre las dos superficies, se denomina perfil de velocidades, esto se debe a la resistencia que presenta el fluido a moverse, por efectos de su viscosidad.

$$F = A * \mu * \frac{dv}{dy}$$

Donde:

F = fuerza aplicada a la placa superior.

A = área de contacto de la placa con el fluido.

μ = viscosidad dinámica.

dv/dy = variación de la velocidad con respecto a la distancia de las dos placas.

Por lo tanto, a dicha resistencia por unidad de superficie, que aparece entre dos láminas deslizantes, cuya variación de velocidad es dv y su separación dy, multiplicado por un coeficiente de viscosidad, es lo que se llama esfuerzo cortante.

$$\frac{F}{A} = \tau = \mu * \frac{dv}{dy}$$

Ecuación de la viscosidad de Newton

Donde:

τ = esfuerzo cortante debido a la fuerza sobre la placa móvil y el fluido.

μ = viscosidad dinámica del fluido.

dv/dy = variación de la velocidad con respecto a la distancia de las dos placas.

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
Pa.s; Kg/m.s También se expresa en: poise 1 Kg/m.s = 10 poises	lb.s/pie^2, lb.s/pulg^2

Viscosidad cinemática

La viscosidad cinemática se define como la razón entre la viscosidad dinámica y la densidad del fluido.

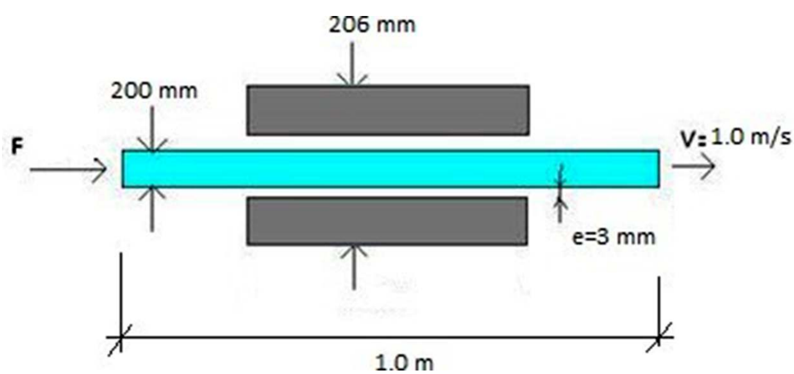
$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

Donde:
μ = viscosidad dinámica del fluido
ρ = densidad del fluido
υ = viscosidad cinemática del fluido.

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
m^2/s también se expresa en: Stokes. 1 m^2/s= 10^4 Stokes	pie^2/s; $pulg^2/s$

Ejemplo modelo 1.4:

Un cilindro de 200 mm de diámetro interior y de 1 m de longitud está concéntrico con respecto a un tubo de 206 mm de diámetro exterior. Entre el cilindro y el tubo existe una película de aceite. ¿Qué fuerza se requiere para mover el cilindro a lo largo del tubo a una velocidad constante de 1 m/s? Si la viscosidad cinemática del aceite es de 5.6 x 10^{-4} m^2/s y la gravedad específica es de 0.92.



Solución:

De = 206 mm = 0.206 m

Di = 200 mm = 0.20 m

v = 1 m/s

y = De – Di = 0.206 - 0.20 = 0.006 m

Área lateral del cilindro concéntrico.

$$A = \pi D * L = \pi * 0.20 * 1 = 0.63\ m^2$$

Densidad del aceite:

$$\rho_{aceite} = S_g * \rho_{agua} = 0.92 * 1000$$

$$\rho_{aceite} = 920\ K\ g/m^3$$

Viscosidad dinámica del fluido:

$$\mu = \rho_{aceite} * v = 920 * 5.6 * 10^{-4} \Rightarrow\ \mu = 0.5152 \frac{Kg}{m * s}$$

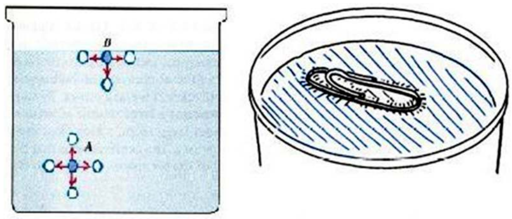
Fuerza aplicada:

$$F = \mu * A * \frac{v}{y} = 0.5152 * 0.63 * \frac{1}{0.006} \rightarrow F = 54.10\ N$$

f. Tensión superficial

La energía necesaria para crear una nueva área superficial, trasladando las moléculas de la masa líquida a la superficie de la misma, se llama tensión superficial. La tensión superficial mide las fuerzas internas que hay que vencer para poder expandir el área superficial de un líquido.

A mayor tensión superficial, mayor es la energía necesaria para transformar las moléculas interiores del líquido a moléculas superficiales. El agua tiene una alta tensión superficial por los puentes de hidrógeno.



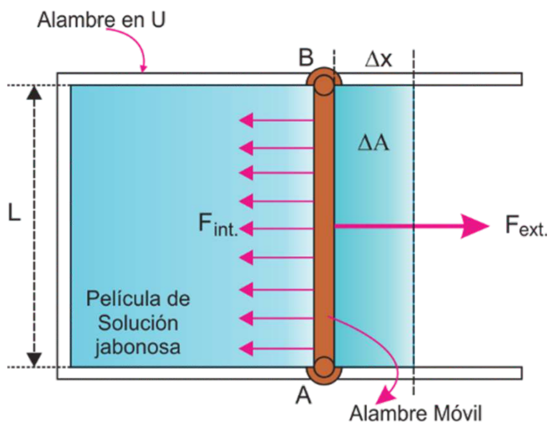
Coeficiente de tensión superficial

Para un líquido el coeficiente de tensión superficial se define como el trabajo que debe realizarse para llevar moléculas al interior del líquido hasta su superficie para crear una nueva unidad de área.

$$\sigma = \frac{trabajo\ (W)}{variacion\ de\ area(\Delta A)}$$

Unidades	
Sistema Internacional	Sistema Ingles
N/m	lb/pie, lb/pulg.

El trabajo W = F*ΔX



Variación del área: ΔA=2ΔX*L (se incrementa dos veces el área).

La tensión superficial está dada por:

$$\sigma = \frac{F * \Delta X}{2\Delta X * L} \rightarrow \sigma = \frac{F}{2L}$$

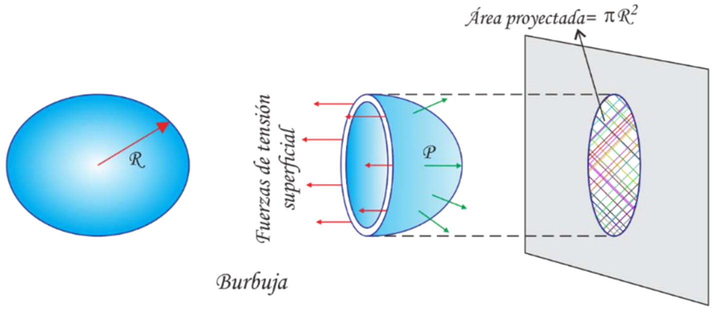
Esta ecuación es válida para dos superficies (burbujas de jabón).

Para una sola superficie se tiene:

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{L}}$$

Diferencia de presión en dos superficies esféricas liquidas

Una burbuja está formada por dos láminas superficiales esféricas muy próximas entre sí. Consideremos la mitad de la burbuja, como se muestra en la figura.



Esta burbuja subsiste debido a la acción combinada de la fuerza de tensión superficial (F_T) y la fuerza debido a la diferencia de presiones (F_H). Estas fuerzas se mantienen en equilibrio.

$F_H = P*A = P*\pi*R^2$ -------------------------------(a)

$F_T = \sigma*2L$ ----------------------------------(b)

Por condición de equilibrio: las ecuaciones (a) y (b) deben ser iguales:

$P*\pi*R^2 = \sigma*2L \rightarrow P*\pi*R^2 = \sigma*2(2*\pi*R)$

Presión en el interior de una burbuja:

$$\boxed{P = \frac{4\sigma}{R}}$$

Presión en el interior de una gota líquida:

$$\boxed{P = \frac{2\sigma}{R}}$$

Fuerza de cohesión (F_c)

Son aquellas que se presentan entre moléculas de la misma sustancia.

Fuerza de adhesión (F_A)

Son aquellas que se presentan entre moléculas de sustancias diferentes.

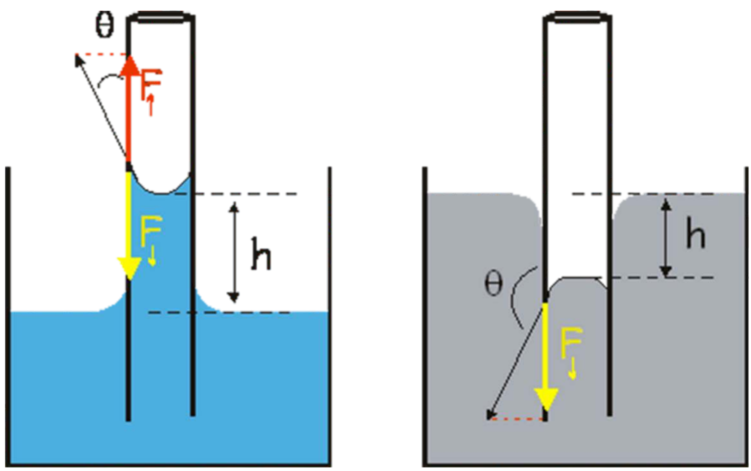
Ángulos de contacto:

a) Cuando $F_A > F_C$:
El ángulo de contacto $\theta < 90°$
Se forma un menisco cóncavo. El líquido moja al sólido.

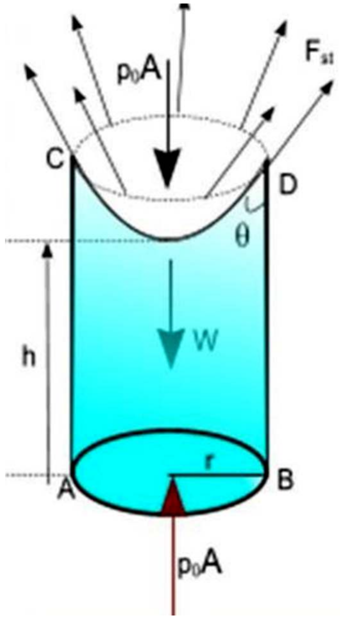
b) Cuando $F_A < F_C$
El ángulo de contacto $\theta > 90°$
Se forma un menisco convexo. El líquido no moja al sólido.

g. Capilaridad

Estudia el ascenso o descenso de líquidos en tubos capilares, lo cual resulta de la acción combinada de las fuerzas de tensión superficial y el valor relativo entre las fuerzas de cohesión y de adhesión.



Consideremos la porción de fluido ABCD que ha ascendido en el capilar.



Por condiciones de equilibrio:

$\Sigma F_V = 0$

$F_T Cos\theta - mg = 0$

$\sigma * L * Cos\theta = mg$

$\sigma * 2\pi R * Cos\theta = \rho\forall * g$

$\sigma * 2\pi R * Cos\theta = \rho * \pi R^2 * h * g$

$$\boxed{h = \frac{2\sigma Cos\theta}{\rho g R}}$$

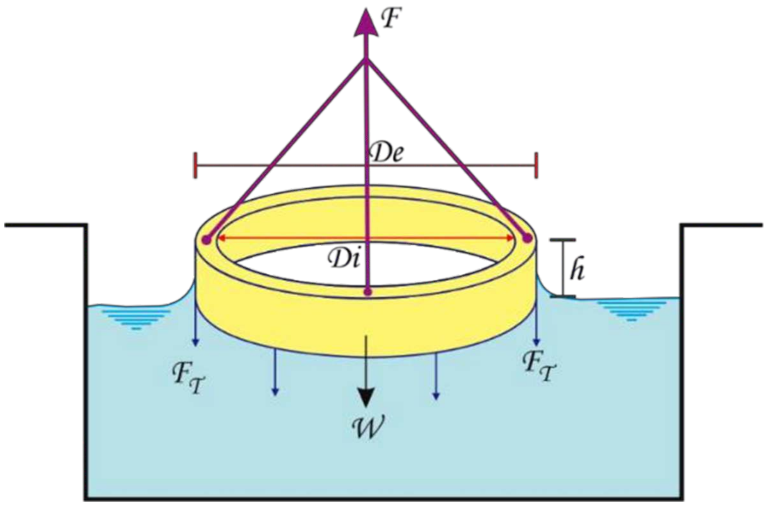
- Cuando $\theta<90°$ → $Cos\theta$ = (+), se produce ascenso.
- Cuando $\theta>90°$ → $Cos\theta$ = (-), se produce descenso.
- Cuando $\theta=0°$ → $Cos0°$ = 1, el líquido moja perfectamente.
- Entonces se produce una altura máxima de ascenso.

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g R}$$

- Cuando θ=90°, Cos90°=0, entonces no hay efecto de capilaridad.

Ejemplo modelo 1.5:

Un aro horizontal de aluminio tiene una altura de 10 mm, un diámetro interno de 50mm y un diámetro externo de 52mm. Encuentre la fuerza que deberá aplicarse para desprender el anillo de la superficie de la superficie del agua. Considere tensión superficial del agua σ=0.073 N/m, densidad del aluminio ρ=2600 Kg/m^3.



Solución:

La fuerza F debe contrarrestar a la fuerza de tensión superficial y al peso del anillo.

$F = F_T + W$

La fuerza de tensión superficial, para este caso, se puede expresar:

$$\sigma = \frac{F_T}{L_1 + L_2} \Rightarrow F_T = \sigma(L_1 + L_2)$$

$$F_T = \sigma(2\pi R_1 + 2\pi R_2) = \sigma * \pi(2R_1 + 2R_2)$$

$$F_T = \sigma * \pi(D_e + D_i) = 0.073 * \pi * (0.052 + 0.050)$$

$$\Rightarrow F_T = 0.0234\, N$$

Para el peso del anillo:

W = m*g = ρ*∀*g

$$\mathcal{W} = \rho_{aluminio} * g * \frac{\pi}{4}\left(D_e^2 - D_i^2\right) * h$$

$$\mathcal{W} = 2600 * 9.8 * \frac{\pi}{4}(0.052^2 - 0.050^2) * 0.01$$

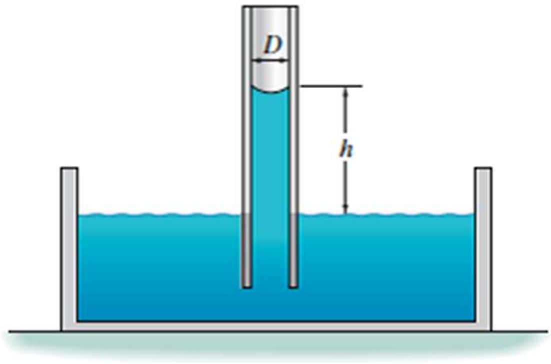
$$\Rightarrow \mathcal{W} = 40.80 * 10^{-3} N$$

La fuerza necesaria es:

$F = 23.4*10^{-3} + 40.8*10^{-3} \rightarrow F = 64.2*10^{-3}$ N.

Ejemplo modelo 1.6:

El agua en el tubo de vidrio está a una temperatura de 40 ° C. Grafique la altura “h” del agua como una función del diámetro interno “D”, del tubo, para 0.5 mm <D <3mm. Use incrementos de 0.5mm. Considere $\sigma = 69.6*10^{-3}$ N / m, ρ=992.3 (agua a 40°C).



Solución:

Cuando el agua entra en contacto con la pared de vidrio, θ = 0°. El peso de la columna de agua ascendente es:

$$\mathcal{W} = m * g = \rho * \forall * g$$

$$\mathcal{W} = \rho * g\left(\frac{\pi}{4}D^2 * h\right) = \frac{\pi}{4}\rho * g * D^2 * h$$

Por condición de equilibrio, consideramos las fuerzas verticales:

$$\Sigma F_y = 0:$$

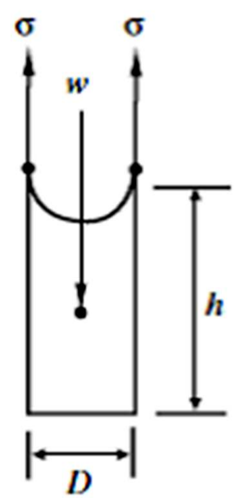
$$F_T - \mathcal{W} = 0$$

$$\sigma * L = \mathcal{W}$$

$$\sigma(\pi D) = \frac{\pi}{4}\rho * g * D^2 * h$$

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g D} = \frac{4 * 69.6 * 10^{-3}}{992.3 * 9.8 * D}$$

$$\Rightarrow h = \frac{28.6 * 10^{-6}}{D}$$



Para valores entre: 0.5 mm < D < 3 mm

Cuando D = 0.5 mm = $0.5*10^{-3}$

$$h = \frac{28.6 * 10^{-6}}{D} = \frac{28.6 * 10^{-6}}{0.5 * 10^{-3}} \Rightarrow h = 57.2\ mm$$

Del mismo modo procedemos para los valores 1mm hasta los 3 mm y completamos el cuadro:

Cuadro N°03: Resultados diámetro vs altura

D (mm)	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
h (mm)	57.20	28.60	19.07	14.30	11.44	9.53

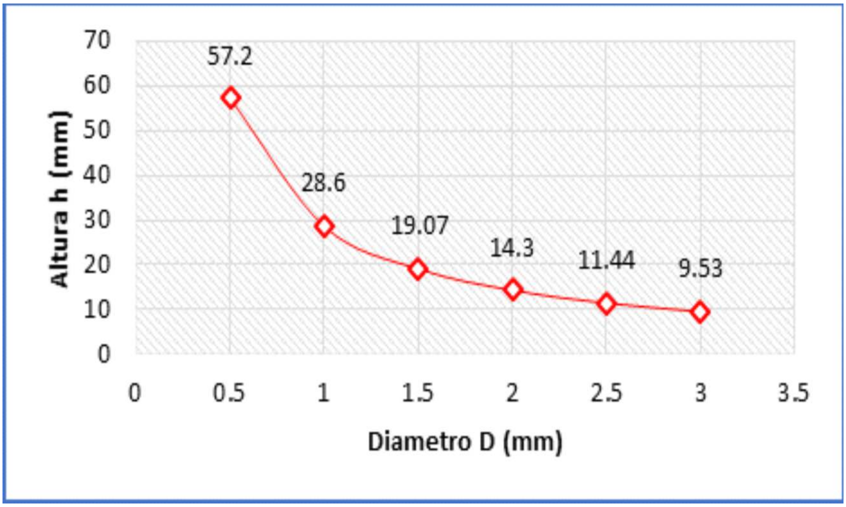


Gráfico N°03: Relación diámetro vs altura capilar.

Presión

Se define como la fuerza que actúa por unidad de área, según la normal hacia la superficie que delimita un volumen infinitamente pequeño en el seno de un fluido en reposo.

$$P = \frac{dF}{dA}$$

Presión de vapor

Si el líquido ocupa una parte de un recipiente cerrado, las moléculas que escapan no se pueden difundir ilimitadamente, sino que se acumulan en el espacio libre por encima de la superficie del líquido y se establece un equilibrio dinámico entre los átomos y las moléculas que escapan del líquido y las que vuelven a él. La presión correspondiente a este equilibrio es la presión de vapor y depende sólo de la naturaleza del líquido y de la temperatura, pero no depende del volumen del vapor.

Cavitación

Cuando en un punto de la corriente que fluye en una estructura o en una máquina alcanza una presión inferior a la presión de saturación de vapor, el líquido se evapora y se originan en el interior del líquido “cavidades” de vapor (burbujas). Las burbujas formadas viajan a zonas de mayor presión e implosión (el vapor regresa al estado líquido de manera súbita, «aplastándose» bruscamente las burbujas) produciendo una estela de gas y un arranque de metal de la superficie en la que origina este fenómeno y se produce la cavitación. (Venturi, bombas, turbinas, etc.).

RESUMEN

La mecánica de fluidos tiene sus orígenes en la antigüedad, data de los años 217 a.C, con Arquímedes, quien formula el principio de estabilidad y flotación de cuerpos en fluidos. Luego de un periodo de tiempo vinieron otros ingenieros hidráulicos, físicos y matemáticos que hicieron propuestas para el estudio de los fluidos, como Torricelli que estableció la presión atmosférica, Pascal los principios de la hidrostática. Newton estableció la ecuación de la viscosidad en fluidos. Posteriormente vinieron otros investigadores como Reynolds, Froude, Prandtl y Von Kármán, que formularon el principio del estudio de los fluidos como una mezcla de teoría y experimentación.

La mecánica de fluidos es una ciencia que se encarga del estudio de los fluidos, ya sea en estado de reposo como en movimiento. De este modo la mecánica de fluidos se divide en la estática de fluidos y la dinámica de fluidos. La estática de fluidos se encarga de estudiar a los fluidos en reposo, lo que se conoce como la Hidrostática. Y la dinámica de fluidos se encarga del estudio de los fluidos en movimiento, también llamado Hidrodinámica.

Los fluidos se presentan en dos formas en la naturaleza, que son los líquidos y los gases. Los fluidos son sustancias que se deforman continuamente cuando son sometidos a una fuerza cortante. Para el caso de la ingeniería civil, la mecánica de fluidos se enfocará más en el estudio de los fluidos líquidos, siendo el agua el fluido más importante. Los fluidos, tienen propiedades físicas como la densidad, el peso específico, la gravedad específica, la compresibilidad, la viscosidad, la tensión superficial capilaridad, entre otros, siendo los mencionados los más empleados en la ingeniería.

Para ello es necesario tener en cuenta las unidades con que se medirán, basados en el análisis dimensional que considera las dimensiones en el sistema MLT y el sistema FLT. De este modo, las unidades se presentan en dos sistemas: el sistema internacional de unidades, que se basa en el sistema MLT, es decir masa (Kg), Longitud (m) y tiempo (s). El otro sistema de unidades es el sistema tradicional de los Estados Unidos o comúnmente llamado sistema inglés, que se basa en el sistema FLT, es decir fuerza (lb), longitud (pies) y tiempo (s).

AUTOEVALUACIÓN

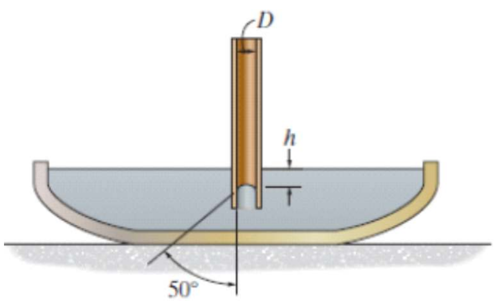
I. Responder las siguientes preguntas:

a. ¿Qué es un fluido no newtoniano?
b. ¿Cuál es la diferencia entre líquidos y gases?
c. ¿Cuál es la importancia de la capilaridad en la ingeniería?
d. ¿Cuáles son los efectos de la cavitación?

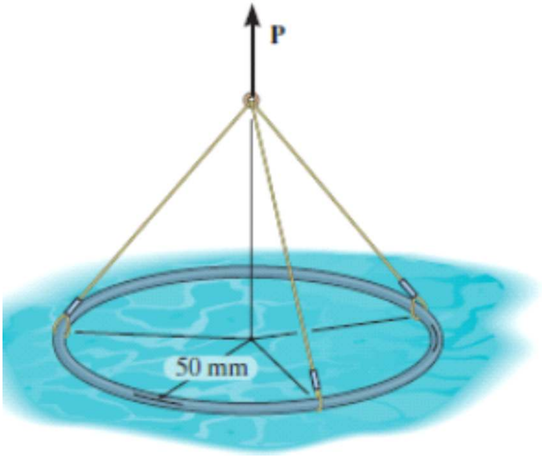
II. Resolver los siguientes ejercicios:

a. El espacio entre dos paredes grandes planas y paralelas separadas entre sí 25 mm está lleno con un líquido de viscosidad dinámica de 0.7 Pa.s. Dentro de este espacio se lanza una placa delgada plana de 250mm x 250mm con una velocidad de 150 mm/s y a una distancia de 6mm desde una pared, manteniéndose la placa y el movimiento paralelos a las paredes. Suponiendo variaciones lineales de velocidad entre la placa y las paredes, ¿determine la fuerza ejercida por el líquido sobre la placa?

b. Determine la altura "h" por la que descenderá una columna de mercurio en un tubo capilar, cuando al tubo se inserta en el mercurio a una temperatura ambiente de 68 °F. Establecer D = 0,12 pulg.



c. El anillo tiene un peso de 0.2 N y está suspendido en la superficie del agua. Si se necesita una fuerza de P = 0.245 N para levantar el anillo de la superficie, determine la tensión superficial del agua.



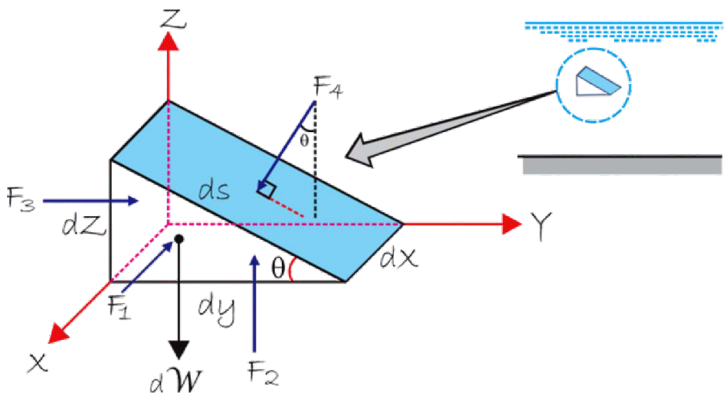
Capítulo II

ESTÁTICA DE FLUIDOS

1. PRESIÓN EN UN FLUIDO

Para definir la presión en un punto en el interior de un fluido es necesario tomar el límite del cociente de la fuerza normal entre el área, a medida que este tiende a cero en el punto. La presión así definida toma el mismo valor en todas las direcciones para un fluido en reposo y actúa perpendicularmente a cualquier superficie plana.

Consideremos una porción de fluido en reposo, como se muestra:



Dado que no hay tensiones de corte ni fuerzas de inercia las únicas fuerzas que actúan serán la presión y las del peso. Aplicando las ecuaciones de equilibrio según las direcciones mostradas y teniendo en cuenta que F = P.dA, resulta:

$\Sigma F_Y = 0$

$F_3 – F_4*Sen\theta = 0$

$P_3*dxdz – P_4*dxds*Sen\theta$, pero $ds*Sen\theta = dz$

$P_3*dxdz – P_4*dxdz = 0$

$P_3*dxdz = P_4*dxdz$

$P_3 = P_4$

$\Sigma F_Z = 0$

$$F_2 - F_4 Cos\theta = 0$$

$$P_2 * dy * dx = P_4 * dx * ds * Cos\theta$$

$$Pero: ds * Cos\theta = dy$$

$$P_2 * dy * dx = P_4 * dx * dy$$

$$P_2 = P_4$$

Como se puede comprobar $P_2 = P_3 = P_4$, entonces se concluye:

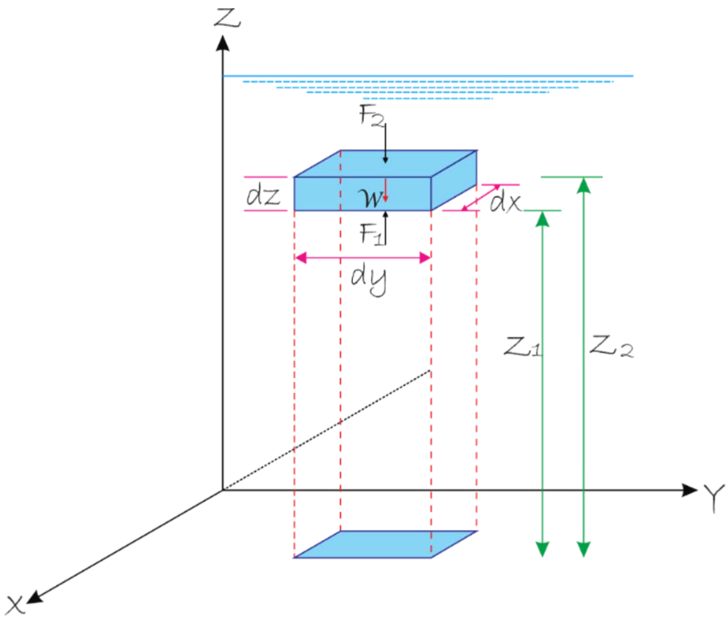
La presión en un punto de un fluido en reposo es la misma en todas las direcciones.

2. ECUACIÓN DE LA HIDROSTÁTICA

Consideremos una porción de fluido en forma prismática.

A la altura de Z_1, la presión es P.

A la altura de Z_2, que es igual a $(Z_1 + dZ)$, la presión es $(P + dP)$.



Para que exista equilibrio entonces:

$\Sigma F_V = 0$

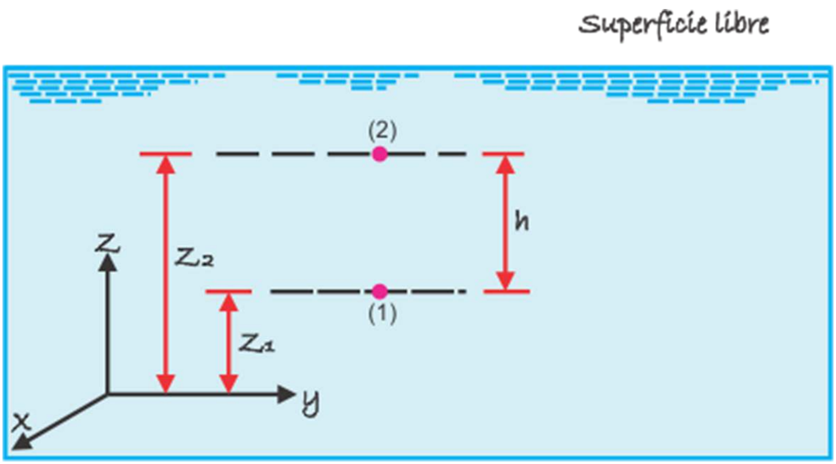
$F_1 - F_2 - dW = 0$

$PA - (P+dP).A - \gamma d\forall = 0$

$PA - PA - dP.A - \gamma AdZ = 0 \rightarrow \ dP.A = -\gamma AdZ$

$$\boxed{dP = \gamma * dZ}$$ Ecuación de la Hidrostática

La diferencia de presión entre dos puntos se tendrá a partir de la ecuación de la hidrostática:



$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\int_{Z_1}^{Z_2} \gamma * dZ$$

Como consideramos un fluido incompresible, entonces su densidad es constante.

$$P_2 - P_1 = -\rho * g \int_{Z_1}^{Z_2} dZ$$

$$P_2 - P_1 = -\rho * g(Z_2 - Z_1)$$

$$P_2 - P_1 = -\rho * g * h$$

$$P_1 = P_2 + \gamma * h$$

Cuando el punto (2) está en la superficie libre, se tiene:

$P_2 = P_0$ (presión atmosférica); $P_1 = P$

$$P = P_0 + \gamma * h$$

$$P_{absoluta} = P_{atmosferica} + P_{manometrica}$$

Para presiones manométricas se tiene:

Presión atmosférica $P_0 = 0$

$$\boxed{P = \gamma * h}$$

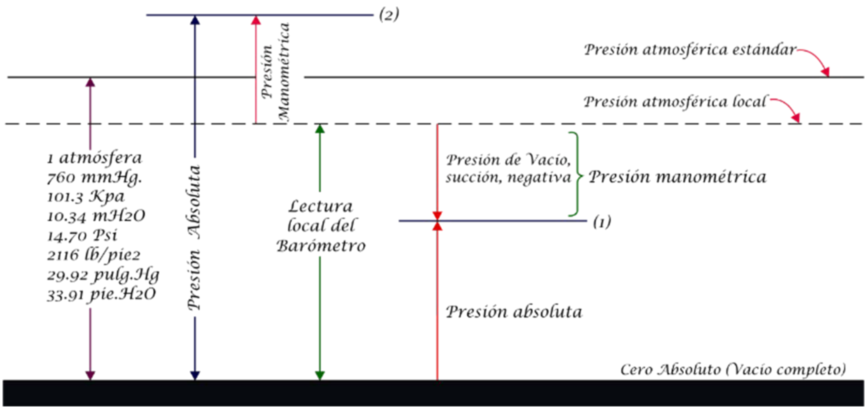
3. ESCALAS Y MEDIDORES DE PRESIÓN

La presión se puede expresar mediante cualquier base arbitraria siendo la más usada el cero absoluto y la presión atmosférica local.

La atmósfera estándar es la presión media al nivel del mar.

La presión atmosférica local se mide mediante un barómetro de mercurio.

La presión barométrica varia con el lugar, es decir con la elevación y con las condiciones de tiempo.



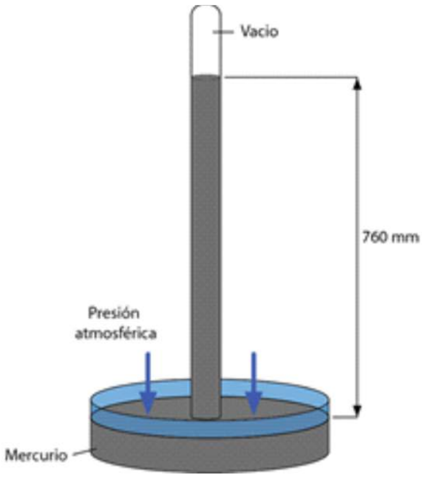
Fuente: Mecánica de Fluidos. Streeter V. p41.

Si el punto a medir se encuentra por debajo de la presión atmosférica local y utilizamos el nivel de referencia manométrico, la presión será negativa, de succión o de vacío.

La presión absoluta se expresa como una diferencia de presión entre su valor real y el vacío completo. Y la presión manométrica se expresa como una diferencia entre su valor real y la presión atmosférica local.

Barómetro de mercurio

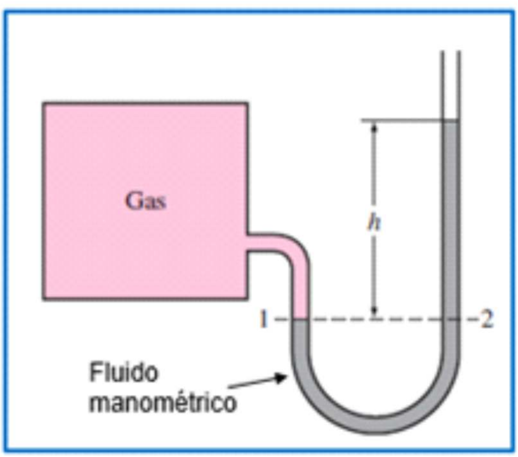
El barómetro es un dispositivo que nos permite medir la presión atmosférica local. Consiste en un tubo de vidrio cerrado por uno de sus extremos y abierto por el otro, a este tubo se le llena con mercurio y después tapado el extremo abierto se invierte en una cubeta de mercurio. El espacio vacío que se forma en la parte superior del tubo contiene únicamente vapor de mercurio, cuya presión a temperaturas ordinarias es muy pequeña de tal manera que se puede despreciar. Si se comienza en este punto y se aplica la ecuación de la hidrostática se tiene:



$$P_{atm.} = P_{vap.Hg} + \gamma_{Hg} * h$$
$$P_{atm.} = 0 + \gamma_{Hg} * h$$
$$P_{atm.} = \gamma_{Hg} * h$$

4. MANÓMETROS

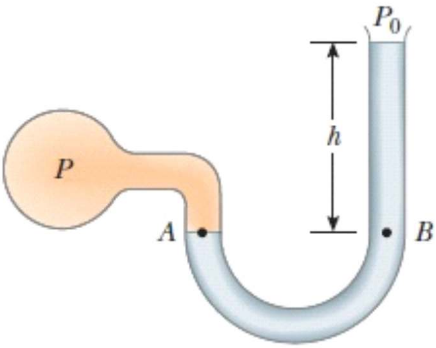
Son los que miden presiones relativas con respecto a un origen arbitrario que generalmente es la relación atmosférica ($P_{man.}$). Utilizan la relación que existe entre un cambio de presión y un cambio de elevación en un fluido estático:



$$P_{man.} = \gamma * h$$

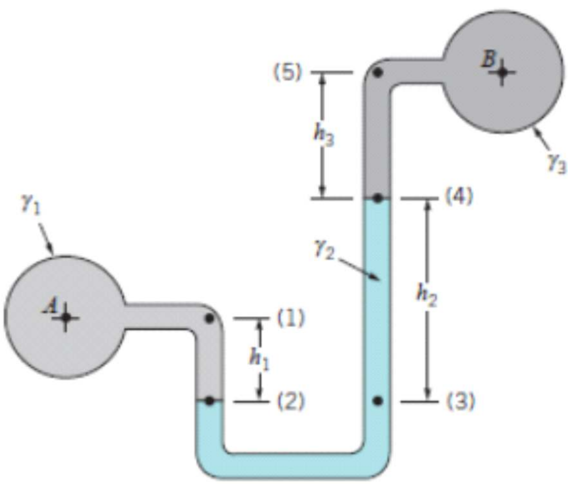
a. Manómetros en "U"

Es el tipo de manómetro más simple, donde un extremo del tubo en "U" está conectado a la presión que va a medirse y el otro extremo se deja abierto a la atmósfera.



b. Manómetro diferencial

Son manómetros cuya finalidad es determinar la diferencia de presiones entre dos fluidos. Para establecer la diferencia de presión que existe entre A y B se aplica el criterio general. $P_2=P_3$.



$$P_3 = P_B + \gamma_3 * h_3 + \gamma_2 * h_2$$

$$P_2 = P_A + \gamma_1 * h_1$$

$$P_3 = P_2$$

$$P_B + \gamma_3 * h_3 + \gamma_2 * h_2 = P_A + \gamma_1 * h_1$$

$$\boxed{P_A - P_B = \gamma_3 * h_3 + \gamma_2 * h_2 - \gamma_1 * h_1}$$

c. Micro manómetros

Este manómetro es una variante del diseño normal de manómetro diferencial en “U”. Contiene dos líquidos inmiscibles, así como las dimensiones del tubo y los tanques. Este manómetro mide la diferencia de presiones $P_C - P_D$. El valor de “R” se puede hacer muy grande para un valor relativamente pequeño de ($P_C - P_D$).

Cuando la presión en “C” es ligeramente es mayor que en “D”, los meniscos se mueven tal como se muestra en la figura. El volumen desplazado en cada uno de los tanques es igual al desplazamiento en el tubo en “U”, por consiguiente:

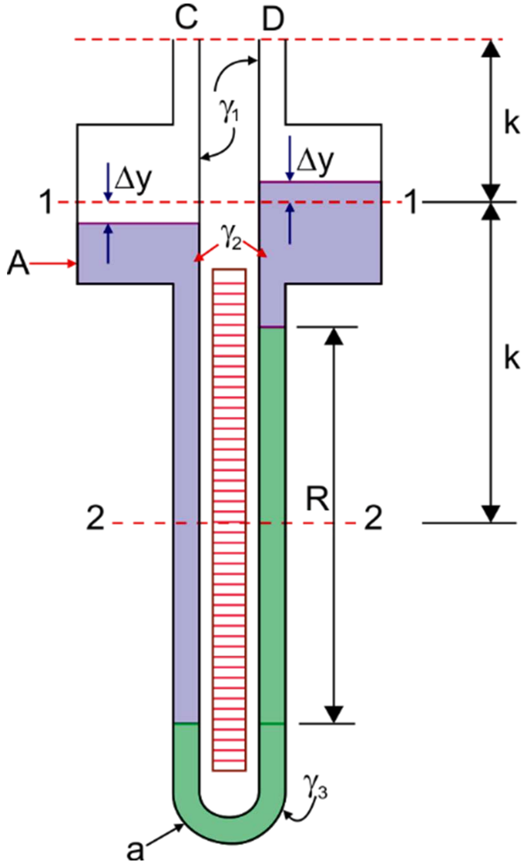
$$\Delta y A = \frac{R}{2} a$$

Donde A es el área transversal del tanque, a es el área transversal de tubo en “U” y R es la diferencia de altura de los líquidos inmiscibles.

Se puede escribir la ecuación del manómetro, empezando por “C”, en fuerza por unidad de área, como:

$$P_C + (k_1 + \Delta y) * \gamma_1 + \left(K_2 - \Delta y + \frac{R}{2}\right)\gamma_2 - R\gamma_3$$
$$- \left(k_2 - \frac{R}{2} + \Delta y\right)\gamma_2 - (k_1 - \Delta y)\gamma_1 = P_D$$

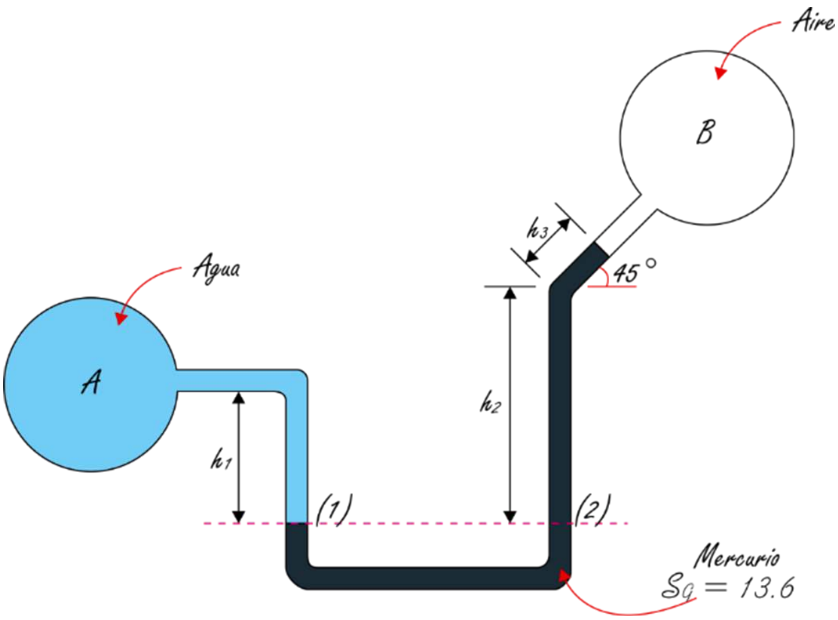
Simplificando y sustituyendo Δy, se concluye:



$$P_C - P_D = R\left[\gamma_3 - \gamma_2\left(1 - \frac{a}{A}\right) - \gamma_1\frac{a}{A}\right]$$

Ejemplo modelo 2.1:

Encuentre la diferencia de presión entre los tanques A y B. Si h_1= 300 mm; h_2=460 mm; h_3=200mm.



Solución:

La presión en los puntos (1) y (2) son iguales, pues están en el mismo nivel de referencia proyectado. Entonces podemos decir:

$$P_1 = P_2 \qquad \text{------------------ (1)}$$

Empezando por el ramal izquierdo:

$$P_1 = P_A + \gamma_{agua} * h_1 \qquad \text{------------------ (2)}$$

Seguimos por el ramal derecho:

$$P_2 = P_B + \gamma_{Hg} * h_2 * Sen45° + \gamma_{Hg} * h_2 \qquad \text{------------------ (3)}$$

Reemplazando las ecuaciones (3) y (2) en (1).

$$P_A + \gamma_{agua} * h_1 = P_B + \gamma_{Hg} * h_3 * Sen45° + \gamma_{Hg} * h_2$$

$$P_A - P_B = \rho_{Hg} * g(h_3 * Sen45° + h_2) - \rho_{H2O} * g * h_1$$

$$\rho_{Hg} = S_{G.Hg} * \rho_{H2O} = 13.6 * 1000$$

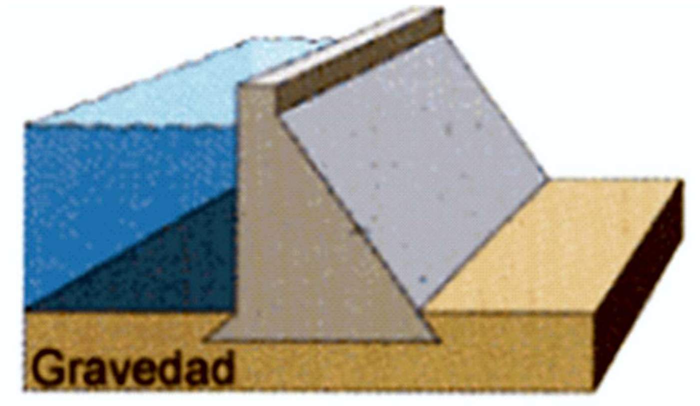
$$\rho_{Hg} = 13600\ K\,g/m\,3$$

$$P_A - P_B = 13600 * 9.8(0.2 * Sen45° + 0.46) - 1000 * 9.8 * 0.3$$

$$P_A - P_B = 77\,217.4\ Pa \rightarrow P_A - P_B = 77.21\ KPa$$

5. FUERZAS SOBRE SUPERFICIES SUMERGIDAS

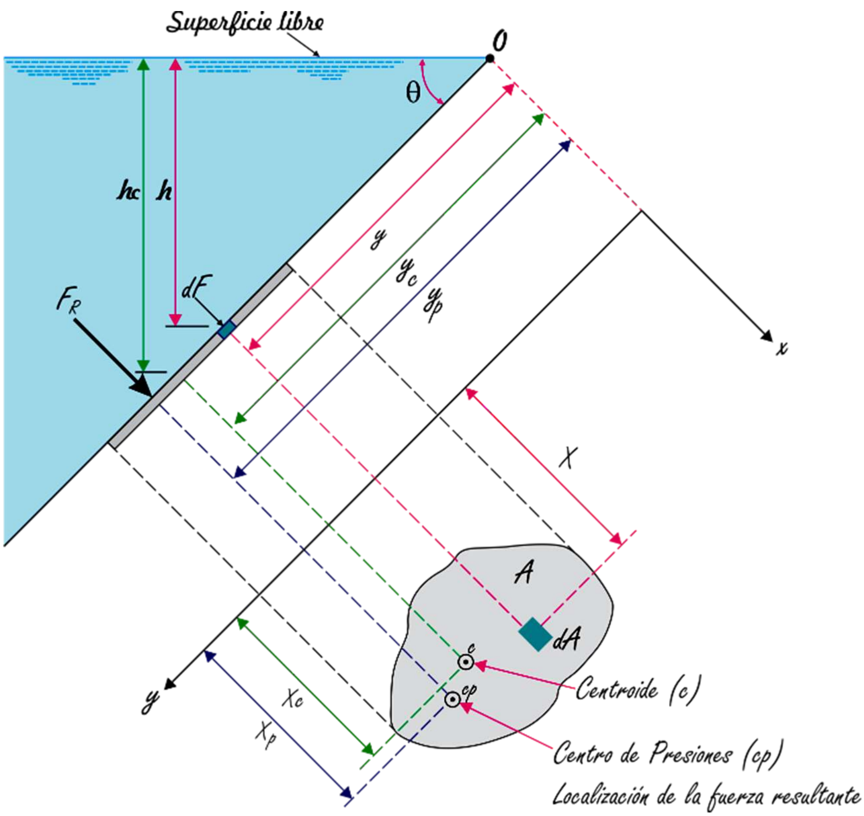
Cuando se va a diseñar canales, compuertas, barcos, submarinos y otros, es necesario estudiar las fuerzas que se originan por la acción de la presión sobre superficies sumergidas. Para que queden completamente determinadas estas fuerzas es necesario especificar: la magnitud, dirección y sentido, así como la línea de acción de la fuerza resultante.



a. Fuerzas sobre superficies planas inclinadas sumergidas

El diseño de estructuras de contención requiere el cálculo de las fuerzas hidrostáticas sobre las superficies en contacto con el fluido. Estas fuerzas están relacionadas con el efecto del peso del fluido sobre las superficies que lo contienen.

Por tanto, si se considera un líquido de densidad constante sometido a la acción de la gravedad, la presión sobre cualquier superficie sumergida varía linealmente con la profundidad.



Del gráfico se puede decir:

$$h = y * Sen\theta$$

$$h_c = y_c * Sen\theta$$

La presión en el centroide (centro de gravedad), P_c, está dada:

$$P_c = \gamma * h_c$$

En cada elemento de área debe actuar una fuerza “dF”, por lo tanto:

dF = P*dA; pero P = γ*h, entonces:

$$dF = \gamma * h * dA$$

$$dF = \gamma * y * Sen(\theta) * dA$$

La fuerza total sobre toda la superficie se obtiene integrando ambos miembros:

$$\int dF = \int \gamma * y * Sen\theta * dA$$

Como el peso específico “γ” y el ángulo “θ” son constantes, la ecuación se puede expresar:

$$F = \gamma * Sen\theta \int y * dA$$

Por otro lado, la distancia del eje “y” al centroide, “y_c” está dada de la siguiente forma:

$$y_c = \frac{\int y\, dA}{A}; ordenado\ la\ ecuación:\ y_c * A = \int ydA$$

Entonces reformulando la ecuación de la fuerza en la integral, se tiene:

$F = \gamma * Sen\theta * y_c * A$, también se puede expresar:

$$\boxed{F = \gamma * h_c * A}$$

Centro de presiones

La coordenada y, y_P, de la fuerza resultante se puede determinar mediante la suma de momentos alrededor del eje x. Es decir, el momento de la fuerza resultante debe ser igual al momento de la fuerza distribuida de presión, es decir:

$$F * y_p = \int y * dF$$

$$F * y_p = \int \gamma * Sen\theta * y^2 * dA$$

$$y_p = \frac{1}{F} \int \gamma * Sen\theta * y^2 * dA\,, pero\ F = \gamma * Sen\theta * y_c * A$$

$$y_p = \frac{\gamma * Sen\theta}{\gamma * Sen\theta * y_c * A} \int y^2 dA$$

$$y_p = \frac{\int y^2 dA}{y_c * A}$$

Pero se sabe que el momento de inercia de la superficie con respecto al eje "x", es:

$$I_x = \int y^2 dA$$

Ahora usando el teorema del eje paralelo para expresar I_X, como:

$$I_x = I_{xc} + A * y_c^2$$

Entonces y_p, se puede expresar:

$$y_p = \frac{I_{xc} + A * y_c^2}{y_c * A} = \frac{I_{xc}}{y_c * A} + \frac{A * y_c^2}{y_c * A}$$

$$\boxed{y_p = \frac{I_{xc}}{y_c * A} + y_c}$$

Del mismo modo, la coordenada “x”, x_P, de la fuerza se puede determinar mediante la suma de momentos alrededor del eje y. Es decir:

$$F * x_p = \int \gamma * Sen\theta * x * y * dA$$

$$x_p = \frac{1}{F} \int \gamma * Sen\theta * x * y * dA \, , pero \; F = \gamma * Sen\theta * y_c * A$$

$$y_p = \frac{\gamma * Sen\theta}{\gamma * Sen\theta * y_c * A} \int x * ydA$$

$$y_p = \frac{\int x * ydA}{y_c * A}$$

Pero se sabe que el producto de inercia de la superficie con respecto a los ejes “x”e “y” es:

$$I_{xy} = \int xydA$$

Ahora usando el teorema del eje paralelo para expresar I_{XY}, como:

$$I_{xy} = I_{xyc} + A * x_c * y_c$$

Entonces X_p, se puede expresar:

$$x_p = \frac{I_{xyc} + A * x_c * y_c}{y_c * A} = \frac{I_{xyc}}{y_c * A} + \frac{A * x_c * y_c}{y_c * A}$$

$$x_p = \frac{I_{xyc}}{y_c * A} + x_c$$

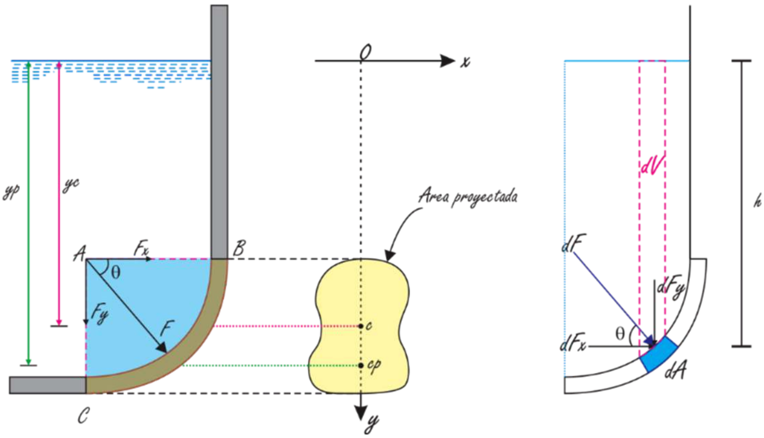
El producto de inercia I_{xy}, es igual a cero cuando la superficie es simétrica con respecto a cualquier eje centroidal. Entonces x_P es igual a x_C.

$$x_p = x_c \rightarrow cuando\ I_{xyc} = 0$$

b. Fuerzas sobre superficies curvas sumergidas

En el caso de superficies curvas sumergidas en líquidos en reposo.

Las fuerzas elementales tienen diferentes direcciones por lo que deberán sumarse como cantidades vectoriales, en general se escogen dos direcciones: horizontales y verticales.



Consideremos un dA, a una profundidad "h", donde actúa un dF.

$dF = P * dA = \gamma * h * dA$

Las componentes de esta fuerza son:

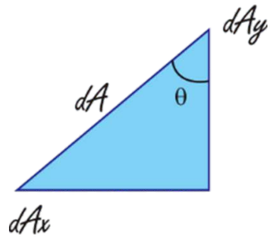
$dF_x = dF * Cos\theta = \gamma * h * dA * Cos\theta$

$dF_y = dF * Sen\theta = \gamma * h * dA * Sen\theta$

Las componentes de "dA":

$dA_x = dA * Sen\theta$

$dA_y = dA * Cos\theta$



Entonces las componentes del diferencial de fuerza serían:

$dF_x = \gamma * h * dA_y$

$dF_y = \gamma * h * dA_x$

Integramos para encontrar las componentes:

$$F_x = \gamma \int h * dA_y$$

Pero también se tiene que:

$$y_c = h_c = \frac{\int h * dA_y}{A_y} \rightarrow A_y * h_c = \int h * dA_y$$

Por lo tanto, la componente de la fuerza horizontal es:

$F_x = \gamma * h_c * A_{proyectada}$

Se puede concluir que la componente horizontal de la fuerza de presión sobre una superficie curva sumergida es igual a la fuerza de presión ejercida sobre una proyección vertical de la superficie curva.

Del mismo modo se tiene para F_Y

$$F_y = \gamma \int h * dA_x$$

Pero:

$$h * dA_x = d\forall \rightarrow \int h * dA_x = \forall$$

Entonces:

$$\boxed{F_y = \gamma * \forall}$$

De esto se puede concluir que la componente vertical de la fuerza de presión sobre una superficie curva es igual al peso del fluido real o imaginario, ubicado verticalmente sobre dicha superficie.

La fuerza resultante viene a ser:

$$\boxed{F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}}$$

Ejemplo modelo 2.2:

La siguiente figura muestra un depósito que contiene agua. Encuentre la fuerza de presión sobre la compuerta “AB” de 3 m de ancho y su centro de presiones.

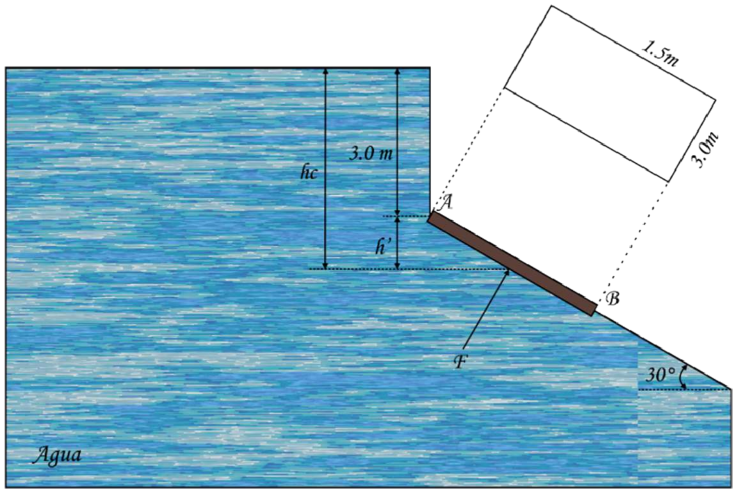
Solución:

La fuerza de presión está dada por:

$$F = \gamma * h_c * A$$

$$h' = \frac{1}{2} 1.5 * Sen30° = 0.75 * Sen30°$$

$$h_c = 3 + h'$$



$$h_c = 3 + 0.75 * Sen30° \rightarrow h_c = 3.375\ m$$

$$A = 1.5 * 3 = 4.5\ m2$$

Entonces la fuerza será:

$$F = 1000 * 9.8 * 3.375 * 4.5 = 148\ 837\ N$$

$$\rightarrow F = 148.8\ KN$$

Coordenadas del centro de presiones:

$$y_P = \frac{I_{xc}}{y_c * A} + y_c$$

Del área proyectada se tiene que:

$$I_{xc} = \frac{b * h^3}{12} = \frac{3 * (1.5)^3}{12} \rightarrow I_{xc} = 0.844\ m4$$

También se sabe que:

$$h_c = y_c * Sen30°$$

$$y_c = \frac{h_c}{Sen30°} \rightarrow y_c = \frac{3.375}{Sen30°} = 6.75\ m$$

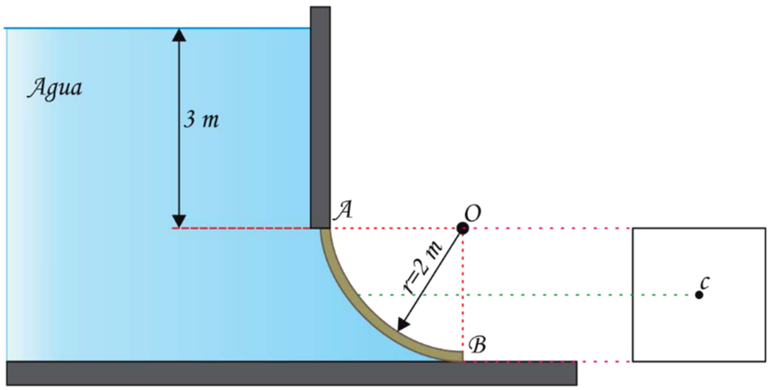
Reemplazando valores en la ecuación y_p, se tiene:

$$y_p = \frac{0.844}{6.75 * 4.5} + 6.75 \rightarrow y_p = 6.78\, m$$

$$x_p = x_c = 1.5\, m; por\ ser\ simetrico\ I_{xy} = 0$$

Ejemplo modelo 2.3:

Para la compuerta radial que se muestra es de 2 metros de ancho, encuentre: (a) La componente horizontal y vertical de la fuerza. (b) El centro de presiones.



(a) Componente horizontal de la fuerza:

$$F_H = \gamma * h_c * A_{proyetada}$$

$$h_c = 3 + 1 = 4\, m$$

$$A_{proyectada} = 2 * 2 = 4\, m2$$

$$F_H = 1000 * 9.8 * 4 * 4 = 156\ 800\ N$$

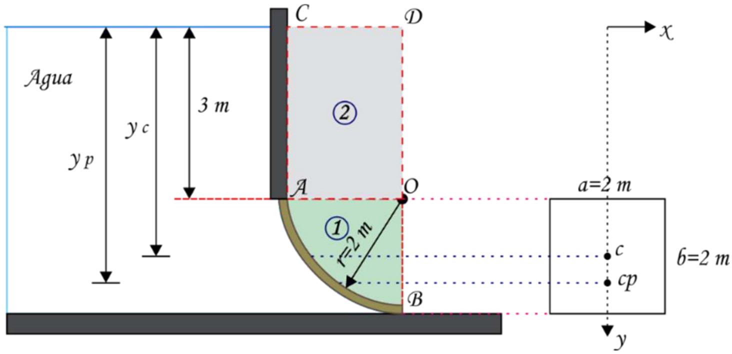
$$\rightarrow F_H = 156.80\ KN$$

La componente vertical de la fuerza será:

$$F_V = \gamma * \forall = \rho * g * \forall$$

$$F_V = \rho * g(\forall_1 + \forall_2)$$

$$\forall_1 = \frac{1}{4} * area\ de\ circulo * ancho = \frac{1}{4} * \pi * r^2 * L$$



$$\forall_1 = \frac{\pi * (2^2) * 2}{4} = 6.283\ m3$$

$$\forall_2 = Area_{ACDO} * ancho = 3 * 2 * 2 \rightarrow \forall_2 = 12\ m3$$

$$F_V = 1000 * 9.8 * (6.283 + 12) = 179\ 173.4\ N$$

$$\rightarrow F_V = 179.17\ KN$$

La fuerza resultante será:

$$F_R = \sqrt{156.8^2 + 179.17^2} = 238.09\ KN$$

(b) Centro de presiones

Primero hallaremos el momento de inercia del área proyectada:

$$I_{xc} = \frac{b * a^3}{12} = \frac{2 * 2^3}{12} = 1.333$$

Luego hallamos y_P:

$$y_c = 3 + \frac{r}{2} = 3 + 1 \rightarrow y_c = 4\ m$$

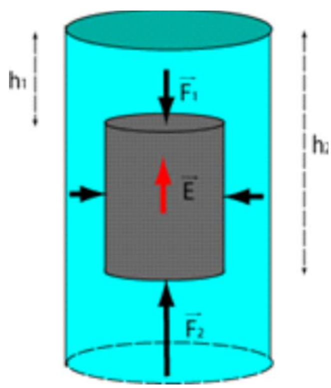
$$y_p = \frac{I_{xc}}{y_c * A} + y_c = \frac{1.333}{4 + 4} + 4 = 4.17\ m$$

$x_p = x_c = 1\ m$, entonces: Cp = (1; 4.17).

6. FLOTACIÓN Y ESTABILIDAD

Principio de Arquímedes

Todo cuerpo sumergido total o parcialmente en un fluido se encuentra sometido a la acción de una fuerza vertical hacia arriba denominada empuje y que es igual al peso del fluido desalojado.



Las fuerzas de presión que ejerce el fluido sobre el sólido son:

– En la cara superior:

$$F_1 = P_1 * A = (P_0 + \gamma h_1) * A$$

– En la cara inferior:

$$F_2 = P_2 * A = (P_0 + \gamma h_2) * A$$

El empuje es:

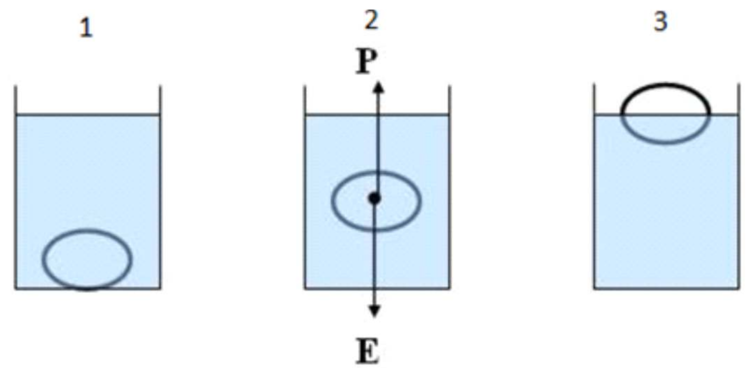
$$E = F_2 - F_1$$

$$E = P_0A + \gamma h_2A - P_0A - \gamma h_2A$$

$$E = \gamma(h_2 - h_1)A = \gamma hA$$

$$\boxed{E = \gamma V_{desplazado}}$$

Si queremos saber si un cuerpo flota es necesario conocer su peso específico, que es igual a su peso dividido por su volumen.



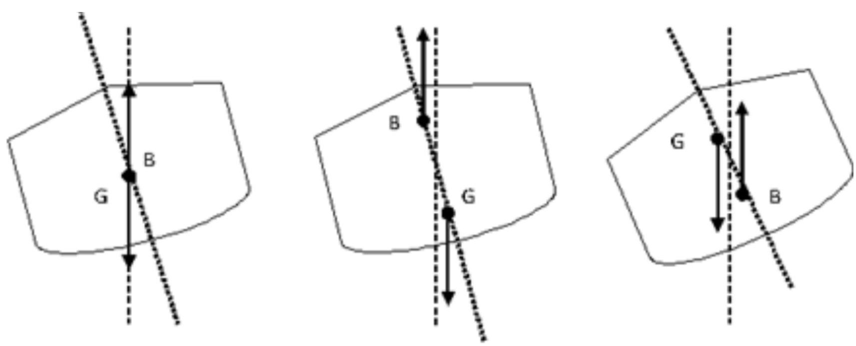
(1). Si el peso es mayor que el empuje (P > E), el cuerpo se hunde. Es decir, el peso específico del cuerpo es mayor al del líquido.

(2). Si el peso es igual que el empuje (P = E), el cuerpo no se hunde ni emerge. El peso específico del cuerpo es igual al del líquido.

(3). Si el peso es menor que el empuje (P < E), el cuerpo flota. El peso específico del cuerpo es menor al del líquido.

Estabilidad de cuerpos sumergidos

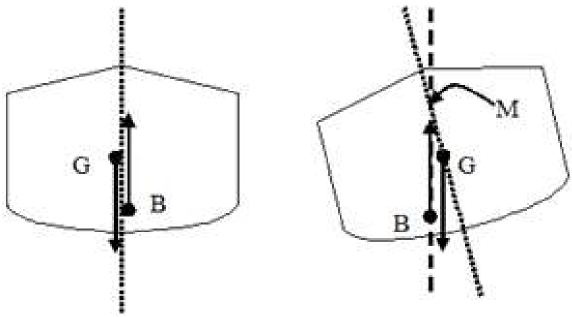
La condición para la estabilidad de cuerpos completamente sumergidos en un fluido es que el centro de gravedad (G) del cuerpo debe estar por debajo del centro de flotabilidad (B). El centro de flotabilidad de un cuerpo se encuentra en el centroide del volumen desplazado y es a través de este punto como actúa la fuerza boyante (flotación) en dirección vertical. El peso del cuerpo actúa verticalmente hacia abajo a través del centro de gravedad.



Cuando un cuerpo está totalmente sumergido pueden ocurrir tres casos, según el centroide del líquido desplazado (B) esté sobre, coincida o esté más abajo que el centro de masa o centro de gravedad del cuerpo (G). La figura que se muestra ilustra los tres casos. En el primer caso, no aparece par al girar el cuerpo, luego el equilibrio es indiferente. En el segundo caso, la fuerza de empuje actúa más arriba del peso, luego para una ligera rotación del cuerpo aparece un par que tiende a restaurar la posición original. En consecuencia, este equilibrio es estable. En el último caso, el par que se origina tiende a alejar el cuerpo de la posición de equilibrio, lo cual es en consecuencia la condición de cuerpo inestable.

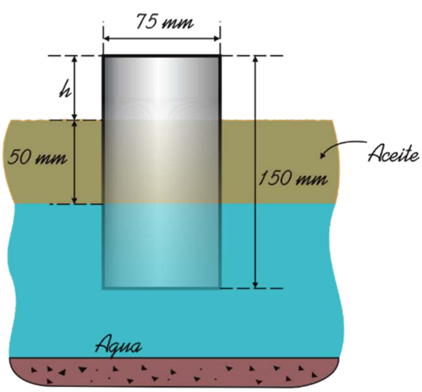
Estabilidad para cuerpos flotantes

La condición para la estabilidad de cuerpos flotantes es que un cuerpo flotante es estable si su centro de gravedad (G) está por debajo del metacentro (M). El metacentro se define como el punto de intersección del eje vertical de un cuerpo cuando se encuentra en su posición de equilibrio y la recta vertical que pasa por el centro de flotabilidad (B) cuando el cuerpo es girado ligeramente.



Ejemplo modelo 2.4:

El sólido en forma de cilindro tiene un diámetro de 75 mm y una masa de 600 g. Si se coloca en el tanque, que contiene agua y aceite, determine la altura "h" sobre la superficie del aceite en la que flotará si se mantiene en posición vertical. Considere la densidad del aceite $\rho_a = 980\ Kg/m^3$.



Solución

Como el cilindro flota, la fuerza de flotación es igual al peso del cilindro.

$$\mathcal{W}_C = m_c * g = 0.6 * 9.80 \rightarrow \mathcal{W}_C = 5.88\ N$$

Suponiendo que el cilindro está sumergido debajo de la capa de aceite, entonces, la fuerza de flotación producida por la capa de aceite es:

$$E_{aceite} = \rho_a * g * \forall_a = 980 * 9.8 * \left[\frac{\pi}{4}(0.075^2) * 0.05\right)\right]$$

$$E_{aceite} = 2.12\ N < F_F$$

La fuerza de flotación producida por la capa de agua es:

$$E_{agua} = \rho_{agua} * g * \forall_{agua}$$

$$E_{agua} = 1000 * 9.8 * \left[\frac{\pi}{4} * 0.075^2 * (0.15 - 0.05 - h)\right]$$

$$E_{agua} = 4.33 - 43.3h$$

$$\mathcal{W}_C = E_{aceite} + E_{agua}$$

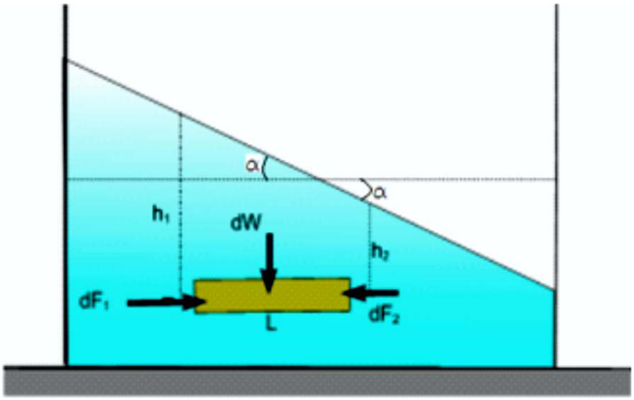
$$5.88 = 2.12 + 4.33 - 43.3h$$

$$43.3h = 6.45 - 5.88 \Rightarrow h = 0.0132\ m = 13.20\ mm$$

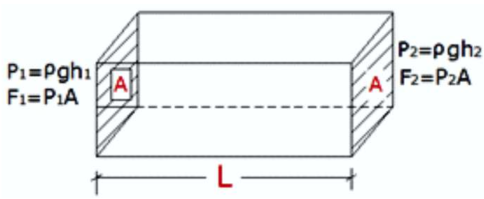
7. EQUILIBRIO RELATIVO

a. Líquido bajo aceleración horizontal uniforme

Si un líquido en un recipiente abierto se le da una aceleración horizontal, este líquido después de cierto tiempo se ajustará a esta aceleración moviéndose como si fuera un sólido. La superficie libre inicialmente plana y horizontal, se deforma adquiriendo una pendiente que depende de la aceleración dada.



Consideremos una porción de fluido de forma prismática:



De la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x = m * a_x$$

$$F_1 - F_2 = m * a_x$$

$$P_1 * A_1 - P_2 * A_2 = \rho * \forall * a_x$$

$$(P_1 - P_2)A = \rho * L * A * a_x \rightarrow P_1 - P_2 = \rho * L * a_x$$

Pero se sabe:

$$\rho * g * h_1 - \rho * g * h_2 = \rho * L * a_x$$

$$g(h_1 - h_2) = L * a_x$$

$$\frac{h_1 - h_2}{L} = \frac{a_x}{g}$$

Del gráfico se tiene la relación:

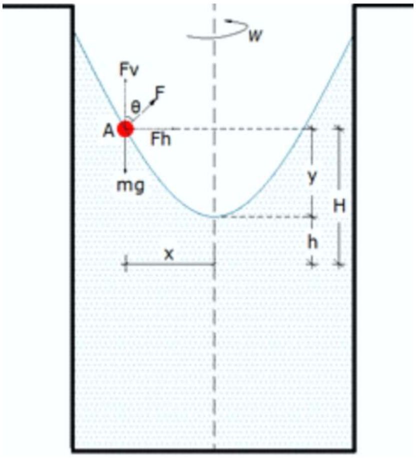
$$tang\alpha = \frac{h_1 - h_2}{L}$$

Igualando se tiene:

$$\boxed{tang(\alpha) = \frac{a_x}{g}}$$

b. Liquido bajo rotación uniforme alrededor de un eje vertical

Cuando el fluido dentro de un recipiente se hace girar con velocidad angular constante alrededor de un eje, al cabo de un determinado tiempo, el movimiento será igual al de un sólido. La única aceleración está dirigida radialmente hacia el eje de giro y la superficie libre toma la forma de un paraboloide de revolución.



Consideremos una partícula de masa “m”, en el punto “A”.

Analizamos el movimiento de la partícula:

$$F_H = ma_c = m\frac{v^2}{x} = m\omega^2 x$$

$$F sen\theta = m\omega^2 x \qquad \text{------------ (1)}$$

Eje vertical:

$$F_V - mg = 0$$

$$F cos\theta = mg \qquad \text{------------ (2)}$$

Dividiendo (1) / (2):

$$\frac{FSen\theta}{FCos\theta} = \frac{m\omega^2 x}{mg}$$

$$Tg\theta = \frac{\omega^2 x}{g} \qquad \text{------------ (3)}$$

También:

$$\frac{dx}{dy} = Tg\theta \qquad \text{------------ (4)}$$

Igualando (3) y (4):

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\omega^2 x}{g}$$

$$\int_0^y dy = \frac{\omega^2}{g}\int_0^x x dx$$

$$\boxed{y = \frac{\omega^2 x^2}{2g}}$$

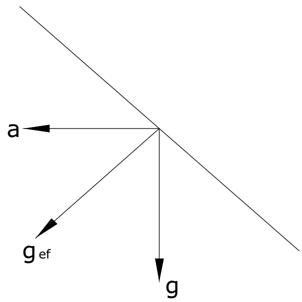
Ecuación de la parábola

La presión a una profundidad “H”:

$$P = \rho g H = \rho g(h + y)$$

$$P = \rho g\left[h + \frac{\omega^2 x^2}{2g}\right]$$

Gravedad efectiva: ($\mathbf{g_{ef.}}$)



Movimiento horizontal:

$$\overrightarrow{g_{ef}} = \vec{g} + \overrightarrow{a_x}$$

$$g_{ef} = \sqrt{g^2 + a_x^2}$$

Movimiento vertical ascendente:

$$g_{ef} = g + a_y$$

$$P = \rho h g_{ef} = \rho h(g + a_y)$$

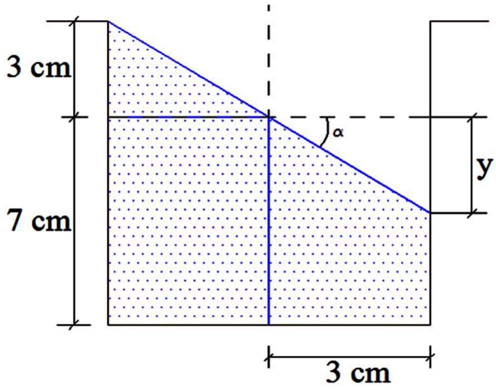
Movimiento vertical descendente:

$$g_{ef} = g - a_y$$

$$P = \rho h g_{ef} = \rho h(g - a_y)$$

Ejemplo modelo 2.5:

Un vaso cilíndrico recto tiene 10 cm de profundidad y 6 cm de diámetro, el cual contiene agua que llega hasta 3 cm del borde cuando está en reposo. Si se le aplica un movimiento horizontal con una aceleración uniforme de 7 m/s^2: (a) Se derrama o no el agua. (b) Halle la presión en el punto de mayor profundidad con agua.



Solución:

(a) Por definición:

$$tg(\alpha) = \frac{a_x}{g}$$

De la figura del enunciado:

$$tg(\alpha) = \frac{y}{3}$$

Igualando tenemos:

$$\frac{y}{3} = \frac{a_x}{g} \rightarrow y = 3\left(\frac{a_x}{g}\right)$$

Reemplazados valores:

$$y = 3\left(\frac{7}{9.8}\right) = 2.14\ m$$

Por lo tanto, se concluye que no se derrama del depósito.

(b) la altura con respecto al punto de mayor profundidad es:

$$h = 7 + 2.14 = 9.14\ m$$

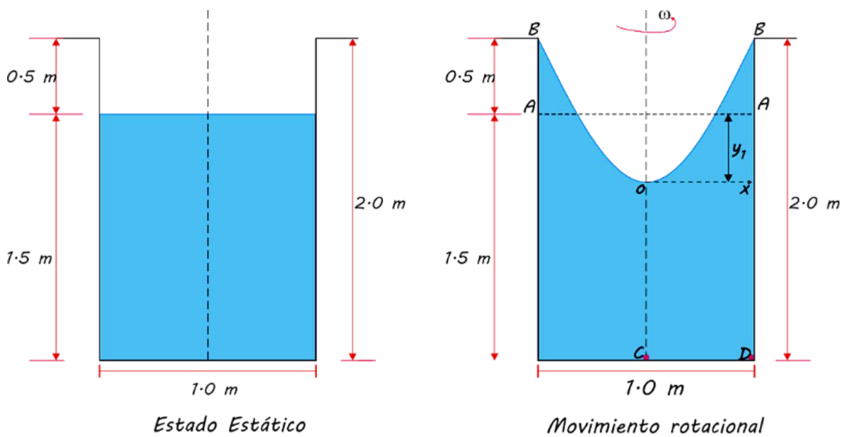
$$P_A = \rho * g * h = 1010 * 9.8 * 9.14 \rightarrow P_A = 904.68\ KPa$$

Ejemplo modelo 2.6:

Un depósito cilíndrico abierto de 2 m de altura y 1m de diámetro contiene agua hasta una altura de 1.5 m. Si el cilindro gira alrededor de su eje geométrico:

(a) ¿Qué velocidad angular se puede alcanzar sin que se derrame nada de agua?

(b) ¿Cuál es la presión en el fondo del depósito en los puntos C y D cuando la velocidad angular es de 6 rad/s?



Solución

(a) El volumen inicial de la superficie libre en estado estático es igual al volumen final en movimiento:

$$V_{inicial} = V_{final}$$

$$\frac{\pi}{4}D^2 * 0.5 = \frac{1}{2}\left[\frac{\pi * D^2}{4}(y_1 - 0.5)\right)\right]$$

$$\frac{\pi}{4} * 1 * 0.5 = \frac{1}{2}\left[\frac{\pi * 1^2}{4}(y_1 - 0.5)\right] \Rightarrow y_1 = 0.5\ m$$

Para la parábola, si inicia en el punto"0", entonces las coordenadas del punto B son:

B = (0.5; 1)

$$y = \frac{\omega^2 * x^2}{2 * g} \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2 * g * y}{x^2}} = \sqrt{\frac{2 * 9.8 * 1}{0.5^2}}$$

$$\rightarrow \omega = 8.86 \frac{rad}{s}$$

(b) cuando ω = 6 rad/s

$$y = \frac{\omega^2 * x^2}{2 * g} = \frac{6 * 0.5^2}{2 * 9.8} \rightarrow y = 0.458\, m$$

El vértice ha descendido y/2 con respecto al nivel inicial, entonces:

$$y' = \frac{y}{2} = \frac{0.458}{2} \rightarrow y = 0.229\, m$$

Hallamos la presión en "C":

$$P_c = \gamma * h_C$$

$$h_C = 1.5 - 0.229 \rightarrow h_C = 1.271\, m$$

$$P_C = 1000 * 9.8 * 1.271 \rightarrow P_C = 12.46\, KPa$$

Hallamos la presión en "D":

$$P_D = \gamma * h_D$$

$$h_D = 1.5 + 0.229 \rightarrow h_C = 1.729\, m$$

$$P_C = 1000 * 9.8 * 1.729 \rightarrow P_C = 16.94\, KPa$$

RESUMEN

La estática de fluidos es la ciencia que se encarga del estudio de los fluidos en reposos. Para ello se basa en principios físicos que son el Principio de Pascal, que da inicio a la ecuación de la Hidrostática. Esta ecuación tiene muchas aplicaciones en la ingeniería, como son la medición de la presión mediante manómetros o manómetros diferenciales. Así también se aplica a fuerza hidrostáticas que actúan sobre superficies sumergidas, que es muy común en las compuertas o represas. Para ello se hacen análisis de fuerza hidrostáticas sobre superficies planas sumergidas y superficies curvas sumergidas.

También se puede hacer uso del principio de Arquímedes, que estableció los lineamientos de la estabilidad y flotación de cuerpos sumergidos en fluidos. Los fluidos también se pueden analizar como un cuerpo rígido en movimiento, pues esto ocurre cuando depósitos que contienen fluidos son transportados o mediante una fuerza externa se desplazan generando que el fluido interior también sufra algún desplazamiento o movimiento. Para ello se analizan la traslación y rotación de los fluidos.

AUTOEVALUACION

I. Responder las siguientes preguntas

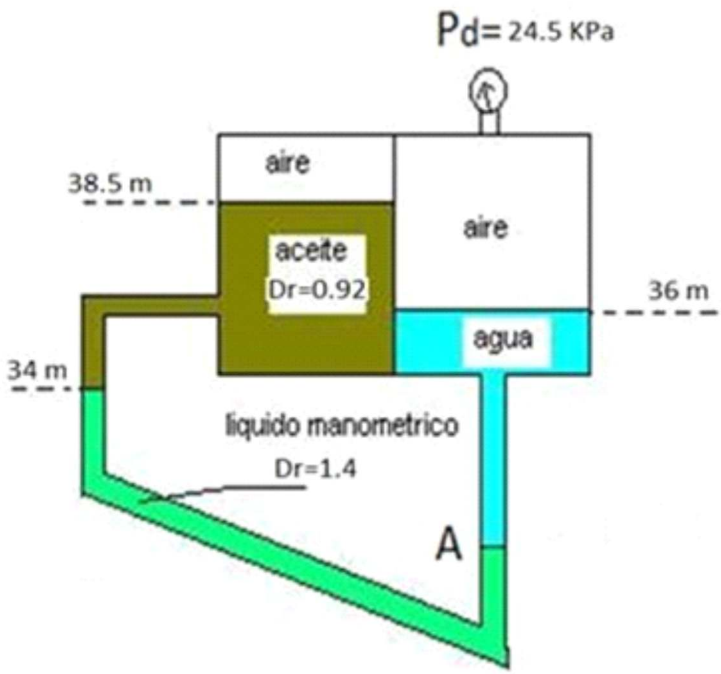
a. ¿Qué es la presión atmosférica local?

b. ¿Cuándo se dice que un cuerpo flota en un fluido?

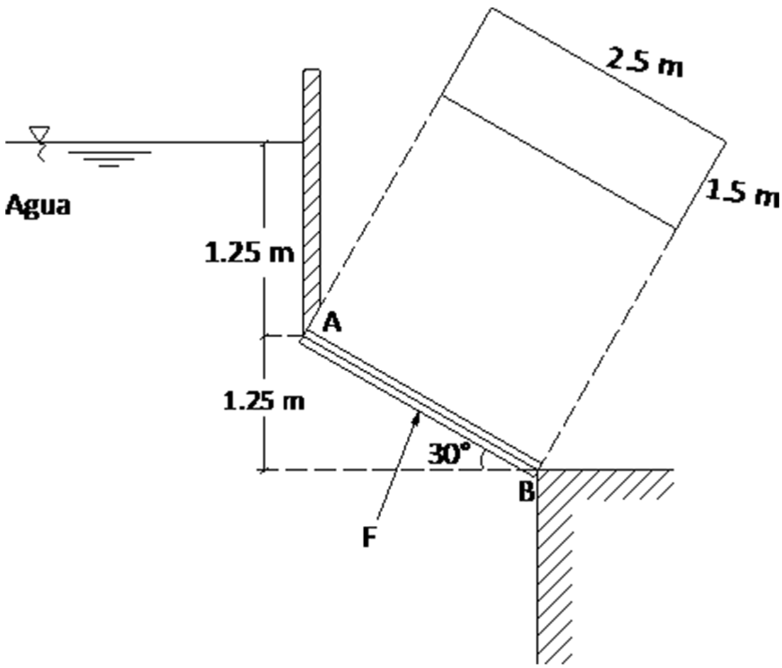
c. ¿Qué es un manómetro diferencial?

II. Resolver los siguientes problemas

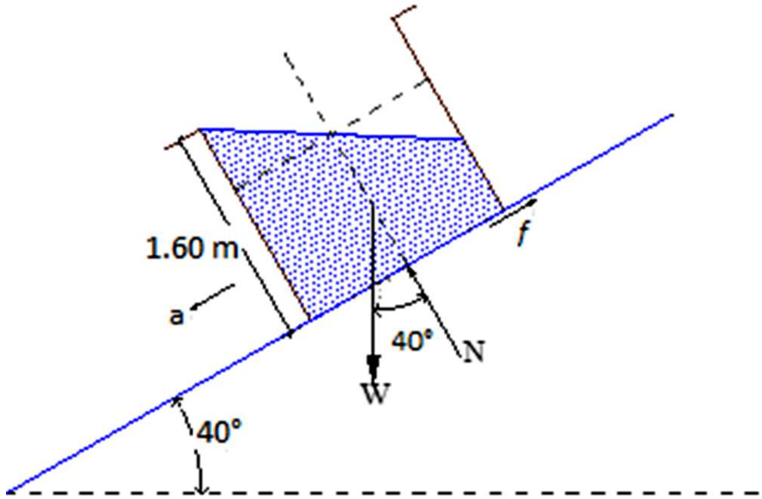
a. En el aire del recipiente de la izquierda que se muestra en la figura está a una presión de -20 cm de mercurio. Determinar la cota del líquido manométrico en la parte derecha en el punto A.



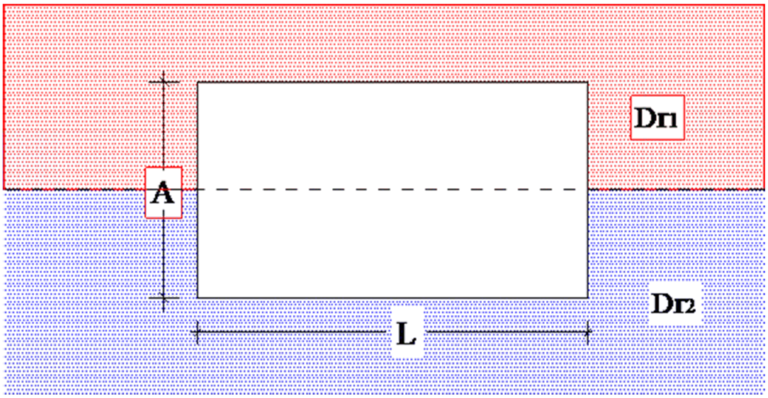
b. En la figura la compuerta AB tiene su eje de giro en B y su anchura es de 1.50m. Qué fuerza vertical debe aplicarse en su centro de gravedad necesaria para mantener la compuerta en equilibrio.



c. Una caja de forma cúbica de 1.60 m de lado está abierta por su parte superior y llena hasta las ¾ partes de su altura de agua, está colocada sobre un plano inclinado de 40° con la horizontal. La caja vacía pesa 65 N y el coeficiente de rozamiento con el plano es de 0.25. Determinar la aceleración de la caja y el ángulo que la superficie libre del agua forma con la horizontal.



d. Encuentre el peso específico de un cubo que flota entre dos líquidos de densidades relativas Dr1=0.75 y Dr2=1.25. Sabiendo que la línea de separación de dos líquidos pasa por la cuarta parte del cubo.



Capítulo III

DINÁMICA DE FLUIDOS

1. INTRODUCCIÓN

La dinámica de fluidos se encarga de estudiar a los fluidos en movimiento. En el caso del agua se trata de la Hidrodinámica.

Flujo

Se denomina así al movimiento de las partículas del fluido, también se llama régimen de corriente.

Tipos de flujo

Flujo permanente, estable o estacionario: se presenta cuando las condiciones en cualquier parte del fluido no cambian con el tiempo.

Flujo no permanente: Un flujo es no permanente cuando las propiedades del fluido y las condiciones en cualquier punto cambian con el tiempo.

Flujo uniforme: es aquel en donde la magnitud, la dirección y el sentido del vector velocidad no varían de un punto a otro dentro del fluido en un determinado instante.

Flujo no uniforme: Se dice que un flujo es no uniforme cuando la velocidad y la presión varían de un punto a otro en la región del flujo.

Flujo laminar: Se caracteriza porque el movimiento de las partículas del fluido se produce siguiendo trayectorias bastante regulares, separadas y perfectamente definidas dando la impresión de que se tratara de láminas o capas paralelas entre sí, las cuales se deslizan suavemente unas sobre otras, sin que exista mezcla macroscópica o intercambio transversal entre ellas.

Flujo turbulento: cuando las partículas del fluido se mueven siguiendo trayectorias muy irregulares originando intercambio en la cantidad de movimiento de una porción de fluido a otra.

Flujo rotacional: cuando las partículas del fluido dentro de una región tienen rotación respecto a un eje cualquiera.

Flujo ideal: cuando el fluido que se desplaza no produce esfuerzos cortantes en su trayectoria.

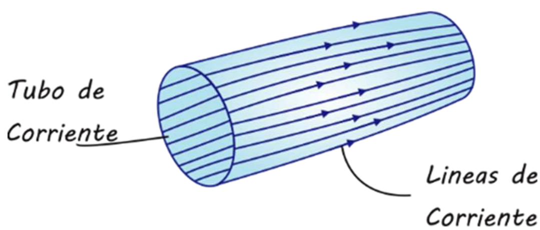
Flujo real: se presenta cuando durante su trayectoria se manifiestan los efectos de la viscosidad.

Línea de corriente

Es una línea continua trazada idealmente a través del fluido y que describe cada molécula en su movimiento, de tal forma que, en un determinado instante, un conjunto de moléculas está sobre esta línea y el vector velocidad es tangente a esta línea en cada punto.

Tubo de corriente

Es un tubo real o imaginario cuya pared lateral está constituida por un conjunto de líneas de corriente.



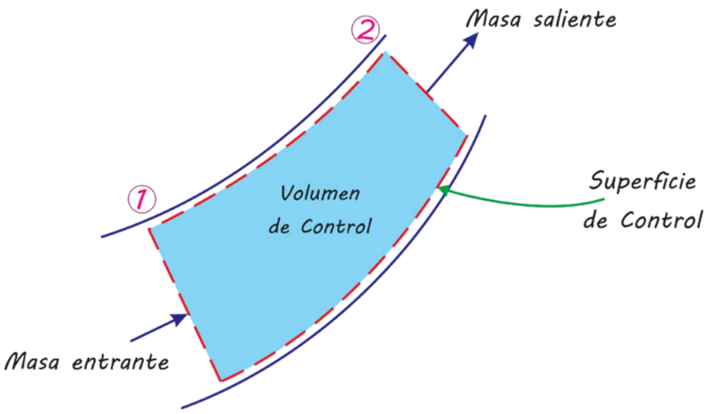
2. MÉTODO DE SISTEMA Y VOLUMEN DE CONTROL

2.1. Sistema

Un sistema se define como una cantidad arbitraria de masa fija limitada por el contorno a través de una frontera. Los contornos del sistema forman una superficie cerrada y esta superficie puede variar con el tiempo, de manera que contenga la misma masa durante los cambios en condición. El sistema puede contener una masa infinita o una masa finita grande de fluidos y sólidos a criterio del personal, según la necesidad de investigar.

2.2. Volumen de control

Se define como una región fija en el espacio, a través de sus límites puede fluir, masa, momentum, energía, etc. El límite del volumen de control se denomina superficie de control. El volumen de control puede ser de cualquier tamaño y forma. La cantidad de masa en el volumen de control permanece fija. Es decir, no varía con el tiempo.



2.3. Ecuación del transporte de Reynolds

Consideremos "N", la cantidad total de una propiedad del fluido, que puede ser la masa, la energía, la cantidad de movimiento contenida dentro de un contorno en un momento determinado. El contorno establecido podrá ser bien una superficie o un volumen de control. Para ello, en el instante "t" los contornos del sistema y del volumen de control coinciden, de tal manera que $(N_S)_t = (N_{VC})_t$. Luego en un instante "Δt", el sistema se ha movido a través del volumen de control y, por consiguiente, es probable que haya cambiado de forma, una pequeña cantidad de fluido nuevo ΔV_{VC} ingresa hacia el volumen de control y otra pequeña cantidad de fluido del sistema ΔV_{VC} sale del volumen de control. Todos estos pequeños volúmenes llevan cantidades pequeñas de la propiedad "X"; por lo tanto, se puede decir que ΔN_{VC} entra y sale del volumen de control. Entonces se puede expresar:

$$(N_S)_{t+\Delta t} = (N_{VC})_{t+\Delta t} + (\Delta N_{VC})_{sale} - (\Delta N_{VC})_{entra}$$

Restando la ecuación para "t" de la ecuación para (t+Δt), obtenemos:

$$(N_S)_{t+\Delta t} - (N_S)_t = (N_{VC})_{t+\Delta t} - (N_{VC})_t + (\Delta N_{VC})_{sale} - (\Delta N_{VC})_{entra}$$

Y dividiendo entre Δt, y haciendo Δt→0, se tiene:

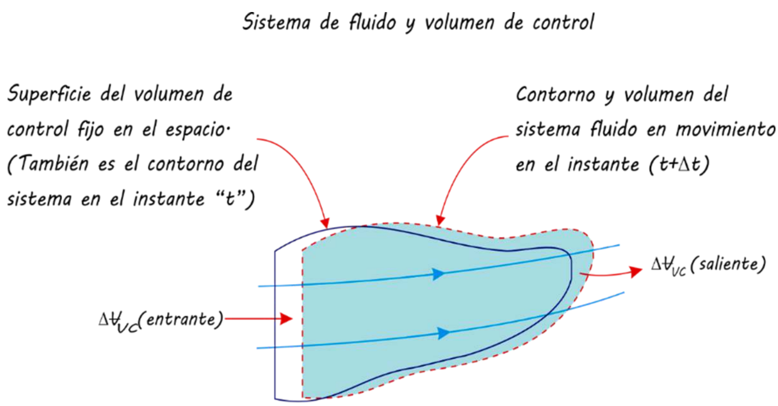
$$\frac{dN_s}{dt} = \frac{dN_{VC}}{dt} + \frac{(dN_{VC})_{saliente}}{dt} - \frac{(dN_{VC})_{entrante}}{dt}\frac{dN_s}{dt}$$

Esta ecuación representa el cambio de velocidad de la cantidad total de la propiedad N de un fluido, dentro del sistema en movimiento, conocido como la ecuación de transporte de Reynolds.

$\frac{dN_{VC}}{dt}$: representa el cambio de velocidad de la misma propiedad, pero contenida dentro del volumen de control fijo.

$\frac{(dN_{VC})_{saliente}}{dt}; \frac{(dN_{VC})_{entrante}}{dt}$: son la velocidad neta de flujo hacia afuera de N que atraviesa la superficie de control.

Por consiguiente, la ecuación de transporte de Reynolds expresa la diferencia entre el cambio de velocidad de N dentro del sistema y dentro del volumen de control es igual a la velocidad neta de salida del volumen de control.

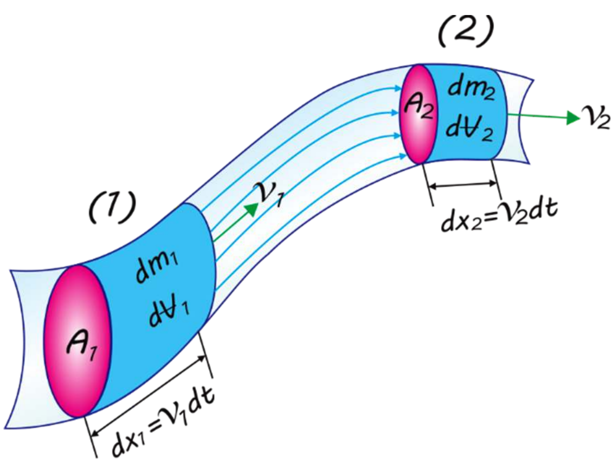


Principio de conservación de la masa

En flujo permanente para un tubo de corriente determinado, se presentan las siguientes características:

- Lateralmente no entra ni sale fluido.
- El tubo de corriente es estacionario.

No se crea ni se destruye masa de fluido, por lo tanto la cantidad de masa que ingresa al tubo de corriente en la unidad de tiempo debe ser igual a la cantidad de masa que sale del mismo tubo de corriente en la misma unidad de tiempo.



Entonces como la masa es constante, se puede decir:

$dm_1 = dm_2$

pero se sabe que: dm = ρ*dV, entonces:

$$\rho * dV_1 = \rho * dV_2$$

Del mismo modo se puede decir que dV = A*dx, entonces:

$$A_1 * dx_1 = A_2 * dx_2$$

Así también, por cinemática se sabe que dx = *v**dt, por lo tanto:

$$A_1 * v_1 * dt = A_2 * v_2 * dt$$

$A_1 * v_1 = A_2 * v_2$ ----------- Ecuación de continuidad

Principio de conservación de la energía

El trabajo mecánico realizado sobre un sistema cambia la energía cinética o la energía potencial del sistema. Por ello se puede decir que la ecuación de la energía se expresa de la siguiente forma: $dW=dE_k$.

Del teorema del trabajo y la energía:

$dW = dE_k$

$dW_p + dW_g = dE_k$

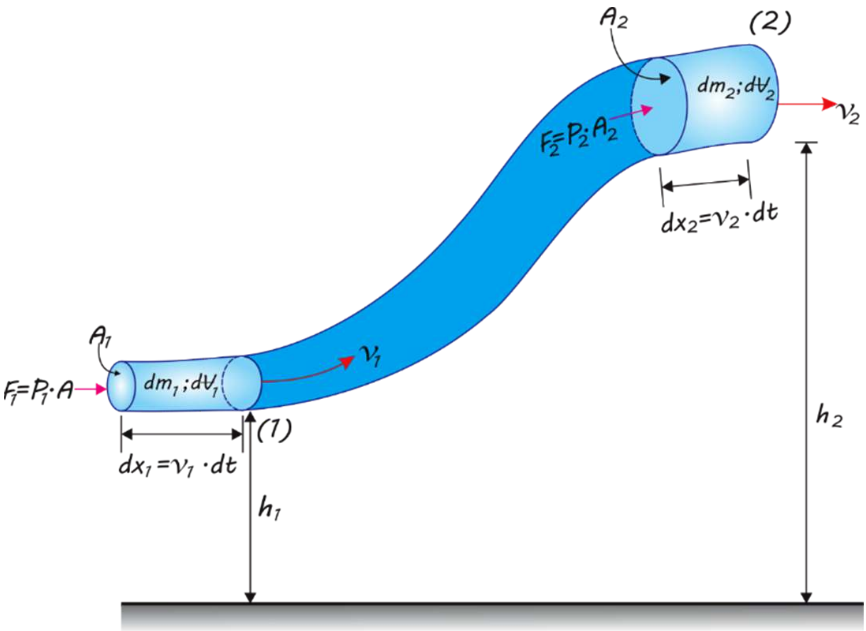
El trabajo debido a las fuerzas de presión:

$dW_p = F_1dx_1 – F_2dx_2$

$dW_p = P_1A_1dx_1 – P_2A_2dx_2$

$dW_p = P_1dV_1 – P_2dV_2$

$dW_p = (P_1– P_2)dV$



El trabajo debido a las fuerzas gravitatorias:

$dW_g = dm_1g_1h_1 – dm_2g_2h_2$

$dW_g = dm.g*(h_1 - h_2)$

$dW_p = \rho g*(h_1– h_2)dV$

La variación de la energía cinética:

$$dE_k = \frac{1}{2}dmv_2^2 - \frac{1}{2}dmv_1^2$$

$$dE_k = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2)dV$$

Reemplazando valores:

$$(P_1 - P_2)dV + \rho g(h_1 - h_2)dV = \frac{1}{2}\rho g(v_2^2 - v_1^2)dV$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_1^2 + h_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_2^2 + h_2}$$

Principio de Bernoulli

La energía mecánica total por unidad de peso se conserva a lo largo de un filamento de corriente si el régimen es permanente y se considera un fluido perfecto e incompresible.

Pérdidas de energía en flujos (hp)

Cuando se consideran fluidos reales, la carga total de energía no es constante debido a la viscosidad que produce un rozamiento tanto del fluido como con el contorno de las partículas del fluido entre sí. Esto se debe a un intercambio de energía con los demás filamentos y se disipa en forma de energía de calor, esto da a lugar que la línea de energía descienda, produciéndose las pérdidas de carga: hp, por lo tanto, la ecuación de la energía generaliza se expresa de la siguiente forma:

$$\boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_1^2 + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_2^2 + z_2 + h_p}$$

Ecuación de la energía con bombeo (H_B):

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_1^2 + z_1 + H_B = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_2^2 + z_2 + h_p$$

Ecuación de la energía con turbina (H_T):

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_1^2 + z_1 - H_T = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{1}{2g}v_2^2 + z_2 + h_p$$

Potencia de una bomba (P_B):

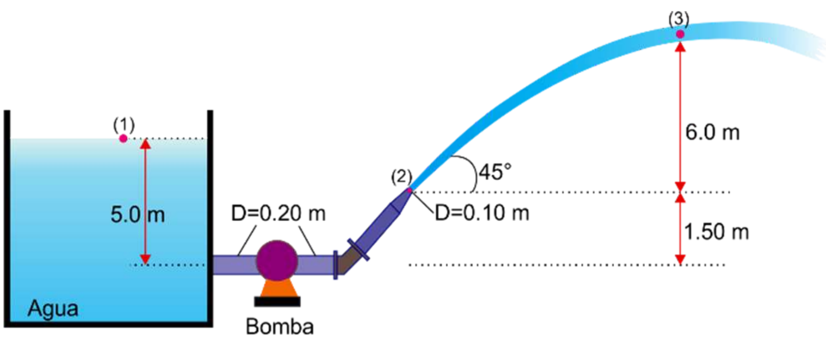
$$P_B = \frac{\gamma Q H_B}{\eta_B}$$

Potencia de una turbina (P_T):

$$P_T = \eta_t \gamma Q H_T$$

Ejemplo modelo 3.1:

El agua de un gran depósito (como se muestra en la figura) tiene su superficie 5 m arriba del tubo de salida. Según se muestra, el agua es bombeada y expulsada en forma de chorro libre mediante una boquilla ¿Cuál es la potencia en hp requerida por la bomba?



Solución:

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos (2) y (3), considerando que el nivel de referencia pasa por el punto (2):

$$\cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \frac{v_2^2}{2g} + \cancel{Z_2} = \cancel{\frac{P_3}{\gamma}} + \cancel{\frac{v_3^2}{2g}} + Z_3$$

Las presiones P_2 y P_3 están a la atmósfera, por lo tanto se consideran cero, así también la velocidad v_3 por ser descarga a chorro libre es cero. Entonces nos queda:

$$\frac{v_2^2}{2g} = Z_3$$

Despejando la velocidad v_2, se tiene:

$$v_2 = \sqrt{2 * g * Z_3}$$

Pero se sabe del gráfico que la velocidad de salida en el punto (2) tiene un ángulo de 45°, por lo tanto la velocidad v2 real es:

$$v_2 * Sen45° = \sqrt{2 * g * Z_3}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{2 * 9.8 * 6}}{Sen45°} \rightarrow v_2 = 15.34\,\frac{m}{s}$$

Luego aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos (1) y (2), con nivel de referencia el eje de la bomba:

$$\cancel{\frac{P_1}{\gamma}} + \cancel{\frac{v_1^2}{2g}} + Z_1 + H_B = \cancel{\frac{P_2}{\gamma}} + \cancel{\frac{v_2^2}{2g}} + Z_2$$

Las presiones P_1 y P_2 son la presión atmosférica, por lo tanto P_1 y P_2 son cero, del mismo modo la velocidad en el depósito v_1 es tan pequeña con respecto a la velocidad en la tubería de salida que se puede despreciar, $v_1 = 0$. Entonces:

$$Z_1 + H_B = \frac{v_2^2}{2g} + Z_2$$

$$5 + H_B = \frac{(15.34)^2}{2 * 9.8} + 1.5$$

$$H_B = 8.51\ m$$

Ahora calculamos la potencia el caudal, con la velocidad v_2 obtenida:

De la ecuación de continuidad se tiene: $Q = A * v$

Pero el área de la tubería es:

$$A = \frac{\pi}{4} * D^2$$

Entonces el caudal se puede expresar:

$$Q = \frac{\pi}{4} * D_2^2 * v_2 = \frac{\pi}{4} * (0.10^2) * 15.34 \rightarrow Q = 0.12\ m\,3/s$$

Calculamos la potencia:

$$\dot{W}_B = \rho * g * Q * H_B = 1000 * 9.8 * 0.12 * 8.51$$

$$\dot{W}_B = 10\ 007.76\ W = 10\ KW$$

Convertimos la potencia de KW a HP:

$$\dot{W}_B = 10\ 007.76\ \cancel{W}\ \frac{1HP}{746\ \cancel{W}} \rightarrow \dot{W}_B = 13.42\ HP$$

3. MÉTODO DE CANTIDAD DE MOVIMIENTO EN FLUIDOS

El conocimiento de las fuerzas ejercidas por los fluidos en movimiento es de gran importancia en el análisis y diseño de dispositivos, tales como bombas, turbinas, hélices, barcos, edificios y multitud de dispositivos hidráulicos.

El principio de impulso-cantidad de movimiento

Impulso = Cantidad de movimiento

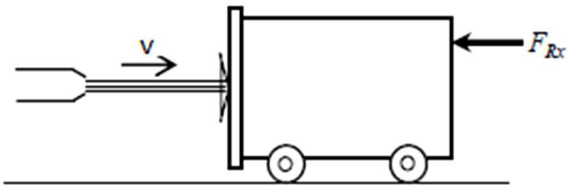
(ΣF)*t = m(Δv)

Cantidad de movimiento Inicial. mv_1	+	Impulso (ΣF)*t	=	Cantidad de movimiento final mv_2

$$\Sigma F = \rho Q(v_2 - v_1)$$

Ejemplo modelo 3.2:

Un chorro de agua horizontal choca contra una placa plana vertical a 30 m/s y se dispersa hacia los lados en el plano vertical. Si se necesita una fuerza de 356KN para mantener la placa contra el chorro de agua, determine el caudal del flujo de agua.



Solución:

Analizaremos en el eje “x”:

$$\Sigma F_x = \rho * Q(\cancel{v_{2x}} - v_{1x})$$

La velocidad v2 se disipa al chocar con la placa, por lo tanto se puede despreciar, la ecuación queda:

$$-F_{Rx} = \rho * Q(-v_{1x})$$

Reemplazando valores:

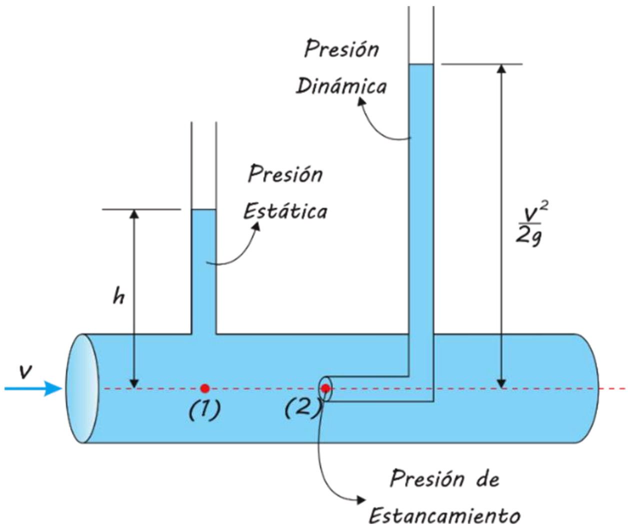
$$-356 * 10^3 = \rho * Q(-30)$$

$$Q = \frac{356 * 10^3}{\rho * 30} = \frac{356 * 10^3}{1\,000 * 30} \Rightarrow Q = 11.87\ m\,3/s$$

4. MEDIDORES DE FLUJO Y ORIFICIOS

4.1. Medidores de flujo

Tubo de Pitot: Es un instrumento que mide la presión de estancamiento o presión total. La presión total está conformada por la presión estática (h_0) y la presión dinámica (Δh) expresadas como una altura de fluido.



Esquema de Tubo de Pitot.

Presión estática: es la presión que experimenta la partícula fluida a medida que se mueve.

$$P = \gamma * h$$

Presión de estancamiento: esta presión se obtiene cuando un flujo de fluido se desacelera a velocidad cero mediante un proceso sin fricción. Para los flujos incompresibles como es el agua y fluidos ideales se puede utilizar la ecuación de Bernoulli para relacionar los cambios en la velocidad y la presión a lo largo de una línea de corriente en un determinado proceso. Despreciando las diferencias de elevación, la ecuación de Bernoulli se convierte en:

$$\frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} = Constante$$

Si la presión estática es P en un punto en el flujo donde la velocidad es *v*, entonces la presión de estancamiento, P_0, donde la velocidad de estancamiento v_0, es cero, por lo tanto la presión de estancamiento se puede calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$\frac{P_0}{\rho} + \cancel{\frac{v_0^2}{2}} = \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} \Rightarrow P_0 = P + \frac{\rho v^2}{2}$$

Despejando la velocidad se obtiene:

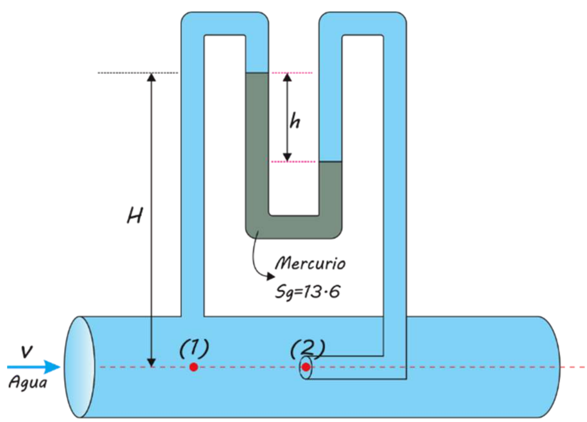
$$v = \sqrt{\frac{2(P_0 - P)}{\rho}}$$

Presión dinámica: esta presión está expresada de la siguiente forma:

$$\frac{\rho v^2}{2}$$

Ejemplo modelo 3.3:

Encuentre la velocidad de la corriente de agua en el tubo que se muestra en la figura si la altura del manómetro de mercurio unido al tubo de Pitot es de h = 600mm.



Solución:

Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre los puntos (1) y (2).

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{v_2^2}{2g}+Z_2$$

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{v_1^2}{2g}=\frac{P_2}{\gamma}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2g(P_2-P_1)}{\gamma}}=\sqrt{\frac{2(P_2-P_1)}{\rho_{agua}}}$$

Hallamos la diferencia de presiones entre (1) y (2):

$$P_1-\rho_{H2O}*g*H+\rho_{Hg}*g*h-\rho_{H2O}*g*h+\rho_{H2O}*g*H=P_2$$

$$P_2-P_1=\left(\rho_{Hg}-\rho_{H2O}\right)g*h$$

Reemplazando en la ecuación de la velocidad:

$$v_1=\sqrt{\frac{2\left(\rho_{Hg}-\rho_{H2O}\right)*g*h}{\rho_{H2O}}}$$

$$v_1=\sqrt{\frac{2(13\ 600-1\ 000)*9.8*0.60}{1\ 000}}$$

$$v_1=12.20\ m/s$$

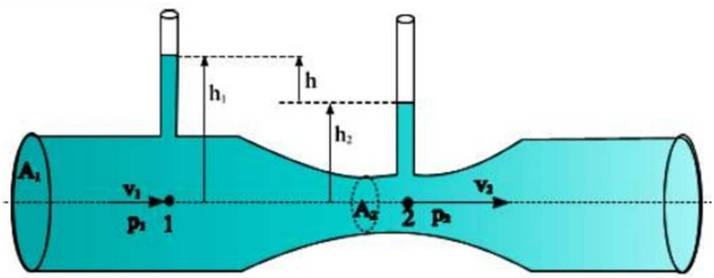
Tubo de Venturi: Se emplea para medir la velocidad de un líquido que circula a presión dentro de una tubería. Consiste de un manómetro colocado en un tubo para medir la velocidad de flujo, cuya densidad del líquido ρ fluye por un tubo de sección transversal A_1. En el cuello el área se reduce a A_2 y se instala el tubo manométrico.

De la ecuación de continuidad:

$$A_1*v_1=A_2*v_2$$

$$v_2=\frac{A_1}{A_2}*v_1=\frac{\frac{\pi}{4}D_1^2}{\frac{\pi}{4}D_2^2}*v_1$$

$$v_2 = \frac{D_1^2}{D_2^2} * v_1$$



Aplicamos la ecuación de Bernoulli entre (1) y (2):

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + Z_2$$

$$\frac{P_1}{\gamma} - \frac{P_2}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \rightarrow \frac{1}{\gamma}(P_1 - P_2) = \frac{1}{2g}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma}{2g}(v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\gamma}{2g}\left[\left(\frac{D_1^2}{D_2^2}\right)^2 * v_1^2 - v_1^2\right] = \frac{\gamma * v_1^2}{2g}\left[\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1\right]$$

Pero del gráfico se dice que:

$$P_1 = \gamma * h_1 \,, P_2 = \gamma * h_2$$

Entonces la diferencia de presiones será:

$$P_1 - P_2 = \gamma * h_1 - \gamma * h_2 \rightarrow P_1 - P_2 = \gamma(h_1 - h_2)$$

Pero $h_1 - h_2 = h$, por lo tanto:

$$P_1 - P_2 = \gamma * h$$

Reemplazando se tiene:

$$\gamma * h = \frac{\gamma * v_1^2}{2g}\left[\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1\right]$$

Despejamos la velocidad v_1

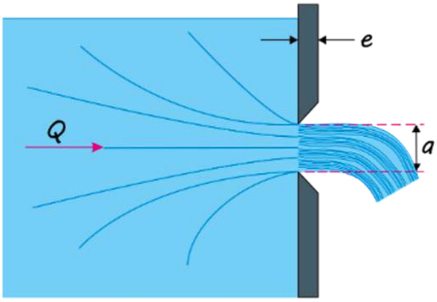
$$\boxed{v_1 = \sqrt{\frac{2g * h}{\left[\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^4 - 1\right]}}}$$

4.2. Orificios

Son perforaciones generalmente de forma regular y perímetro cerrado colocado por debajo de la superficie en tanques, canales o tuberías. Los orificios se pueden clasificar de la siguiente forma:

De acuerdo al espesor de la pared

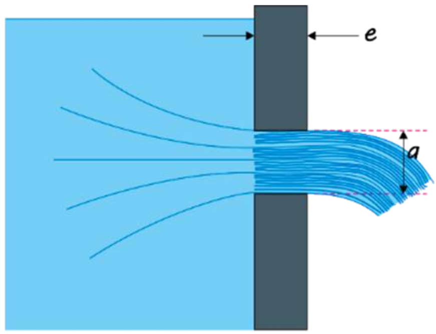
a) **Orificios de pared delgada:** En estos orificios el agua al salir tiene contacto con un solo punto y lo llena completamente. La vena líquida sufre una contracción que llega a ser extrema en la parte que se le denomina vena o sección contraída.



Orificio de Pared Delgada

$e < \frac{1}{2} a$

b) **Orificios de pared gruesa:** En estos orificios el agua al salir tiene contacto en más de un punto, se le puede dar forma para que, al salir el agua, este forme un chorro igual al diámetro de orificio.

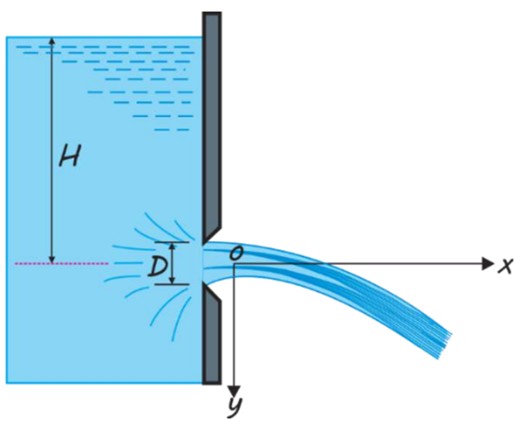


Orificio de Pared Gruesa

$e > 3a$

De acuerdo a su función

c) **Orificios de descarga libre:** Son aquellos en los que el nivel del líquido de la descarga se encuentra por debajo del orificio.



$$Q = C_d * A_0\sqrt{2 * g * H}$$

Donde:

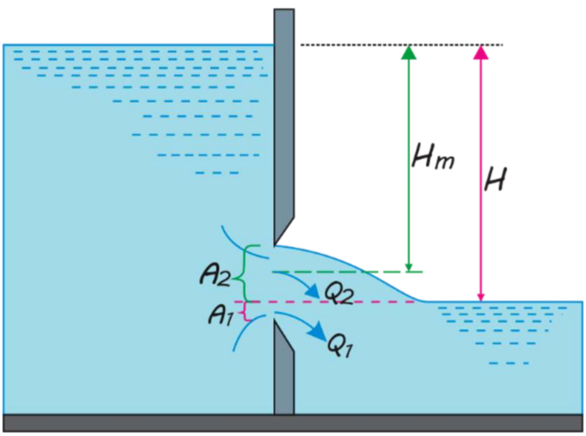
C_d = coeficiente de descarga del orificio.

A_0 = área del orificio.

H = altura sobre el eje del orificio.

Q = caudal de descarga.

d) **Orificios parcialmente sumergidos:** Son orificios ajustables en los que el área de descarga puede modificarse a voluntad con el fin de acomodar el área a los distintos caudales probables y necesarios.



$$Q_1 = C_{d1} * A_1\sqrt{2 * g * H}$$

$$Q_2 = C_{d2} * A_2\sqrt{2 * g * H_m}$$

Donde:

C_{d1}, C_{d2} = coeficiente de descarga (C_{d1} = 0.70, C_{d2} = 0.675)

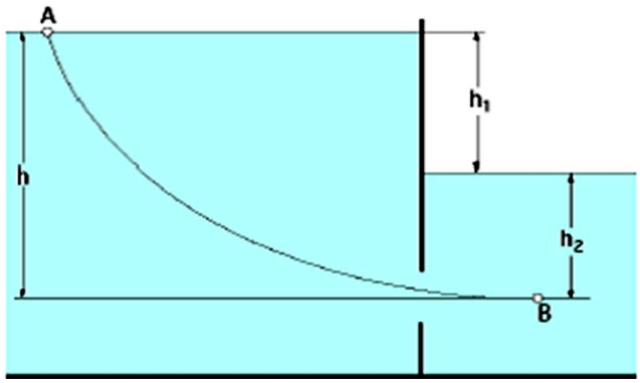
A_1, A_2 = área del orificio

H = altura sobre el eje del orificio.

Q_1, Q_2 = caudales de descarga

H_m, H = altura sobre el eje del orificio

e) **Orificios sumergidos:** Son aquellos en los que el nivel del líquido de la descarga se encuentra por encima y por debajo del orificio. Pueden ser dimensiones fijas o ajustables.



Aplicando la ecuación de Bernoulli entre A y B, y teniendo como plano de referencia el que pasa por B, se tiene:

$$\frac{P_A}{\gamma} + \frac{v_A^2}{2g} + h = \frac{P_B}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g} + 0$$

Pero PA= Presión atmosférica por estar en la superficie libre, entonces: $P_A = 0$.

La velocidad en el punto A, es tan pequeña con respecto a la salida en el orificio en el punto B, por lo que se puede despreciar.

$P_B = \gamma * h_2$, por lo tanto, la ecuación queda:

$$h = \frac{\gamma * h_2}{\gamma} + \frac{v_B^2}{2g}$$

ordenando la ecuación se tiene:

$$\frac{v_B^2}{2g} = h - h_2 \rightarrow v_B = \sqrt{2g(h - h_2)}$$

Pero $(h - h_2) = h_1$ y también, $v = Q/A$

$$\frac{Q}{A_B} = \sqrt{2g * h_1}, despejando\ el\ caudal$$

$$\boxed{Q = C_d * A_0\sqrt{2 * g * h_1}}$$

Donde:

C_d = coeficiente de descarga del orificio.

A_0 = área del orificio.

h_1 = diferencia de altura entre los niveles de la superficie libre del agua.

Q= caudal de descarga.

f) **Orificio de tubo:** La salida del orificio está conectada a un tubo corto, es decir, el líquido no sale a la superficie libre inmediatamente, sino a un tubo de pequeña longitud aproximadamente dos o tres veces el diámetro del orificio.

De acuerdo a su forma

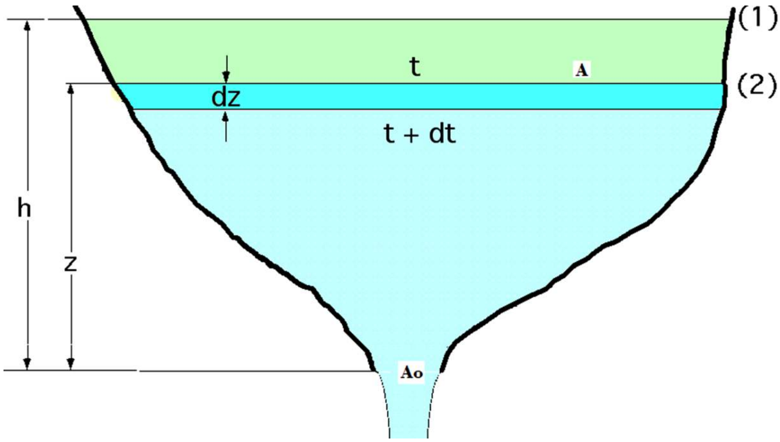
g) Orificio circular.

h) Orificio cuadrado.

i) Orificio rectangular.

Vaciado de depósitos de sección variable

Para el cálculo de los tiempos de vaciado de un depósito de sección variable, lleno de líquido, se iguala el volumen vaciado obtenido a partir del caudal y el vaciado a partir del recipiente, en un tiempo dt.



Si en el tiempo t la altura del líquido con respecto al fondo es z, el caudal saliente por el orificio de sección A_0, situado en el fondo, será:

$$Q = A_0\sqrt{2 * g * Z}$$

Siendo el volumen de líquido extraído en el recipiente en el tiempo dt:

$$dV = Q * dt = A_0\sqrt{2 * g * Z} * dt \qquad \text{------------------------(a)}$$

Si se toma una porción de área "A", como sección del líquido a la altura "Z" y siendo dZ el descenso de nivel en el mismo tiempo dt, se tiene:

$$dV = -A * dZ \qquad \text{------------------------(b)}$$

Donde el signo negativo (-) nos indica que el nivel de líquido desciende constantemente.

Igualando las ecuaciones (a) y (b) se tiene:

$A_0\sqrt{2 * g * Z} * dt = -A * dZ$, ordenando nos queda:

$$dt = -\frac{AdZ}{A_0\sqrt{2 * g * Z}}$$

Como el depósito es de forma irregular o sección variable, el área A también es variable, por lo tanto se debe expresar como una función de “Z”, es decir: *A = f(Z).*

Integrando ambos términos:

$$t = \frac{-1}{A_0\sqrt{2g}} \int_h^Z A * Z^{-\frac{1}{2}} * dZ = \frac{-1}{A_0\sqrt{2g}} \int_h^Z f(Z) * Z^{-\frac{1}{2}} * dZ$$

RESUMEN

La dinámica de fluidos es parte de la mecánica de fluidos que se encarga del estudio de los fluidos en movimiento. Para ello es necesario tener conocimiento de siguientes tres principios que rigen a la materia:

El principio de conservación de la masa que nos dice que la cantidad de masa o flujo que ingresa a un sistema o en un volumen de control es igual a la misma cantidad que sale de este mismo sistema o volumen de control. Es decir que la masa o el flujo del fluido se mantiene constante a través del tiempo. Bajo este principio de conservación de la masa se deduce la ecuación muy común en el estudio de la Hidrodinámica es la ecuación de continuidad, que nos dice que el caudal que ingresa por un área y velocidad es igual al mismo caudal que sale por un área diferente y a distante velocidad.

El principio de conservación de la energía también es empleado para deducir la ecuación que gobierna a la hidrodinámica: la ecuación de Bernoulli. Esta nos dice que la energía necesaria para moverse un flujo de fluido es igual al trabajo realizado por este fluido para desplazarse.

La cantidad de movimiento también es aplicado a los flujos en movimiento que nos dice que la cantidad de flujo de fluido es igual al impulso necesario para el desplazamiento de este fluido.

Los dispositivos más empleados en la medición de flujo de fluidos son el tubo de Pitot y el tubo de Venturi, que se usan frecuentemente para medir la velocidad del flujo.

Otro modo de medir los flujos es mediante orificios que son pequeñas aberturas que se colocan en un determinado depósito, reservorio u otro contenedor de fluido para medir el volumen o caudal que contienen. Bajo este principio también se puede determinar el tiempo de vaciado de un reservorio o represa, aplicando los principios aprendidos de la dinámica de fluidos.

AUTOEVALUACIÓN

I. Responder las siguientes preguntas

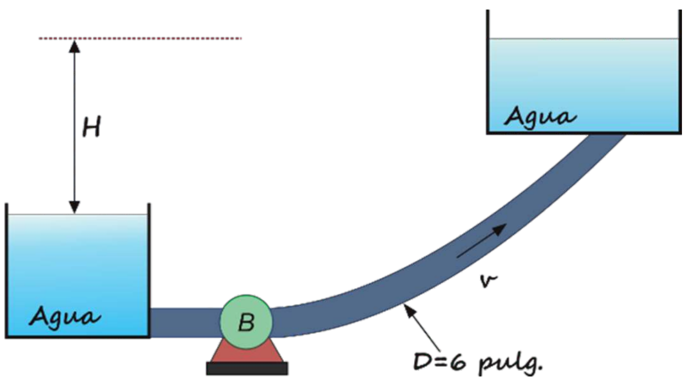
a. ¿Cuál es la importancia del estudio de la hidrodinámica?

b. ¿En qué casos se puede emplear el tubo de Venturi?

c. ¿De acuerdo a su función cómo se clasifican los orificios?

II. Resolver los siguientes problemas

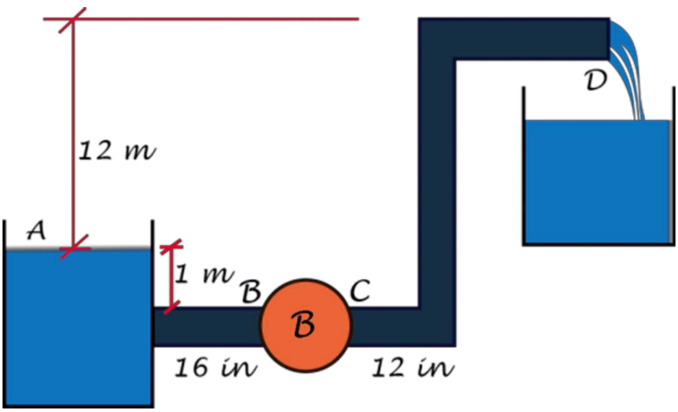
1. La potencia fluida por la bomba, como se muestra, es de 10 HP para una altura de H=70 pies y las pérdidas en el sistema son de $8v^2/2g$, determinar el caudal y la altura de bombeo.



2. En el sistema de la figura se ha medido una descarga de 100lts/s, el diámetro de la tubería de succión (B) es de 16 in y el de la descarga (CD) de 12 in. Determinar:

   a) La potencia que debe tener una bomba de 80% de eficiencia si la pérdida de carga entre "A" y "B" es equivalente a $4v^2/2g$ y la pérdida de carga entre "C" y "D" es igual a 5m de agua.

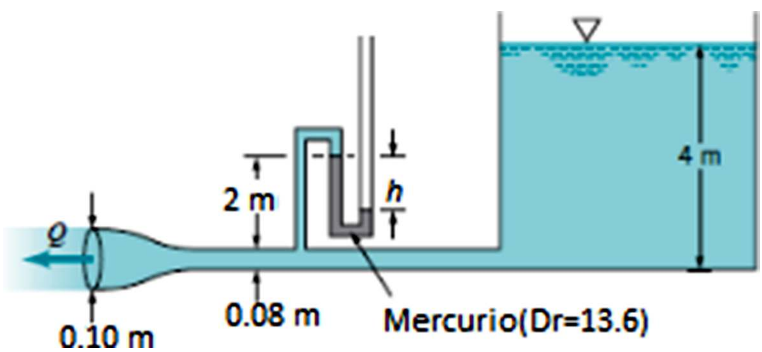
b) Halle la presión en los puntos “B” y “C”.



3. El agua fluye constante desde un tanque grande abierto, como se muestra en la figura. Si se desprecian los efectos de la viscosidad, determine:

   a) el caudal que fluye,

   b) la lectura h en el manómetro.



BIBLIOGRAFÍA

Cengel Y y Cimbala J. 2006. *Mecánica de fluidos*: *Fundamentos y aplicaciones*. 1ra edición. México. Editorial Mc Graw Hill Interamericana.

Munson B, Young D. & Okiishi T. *Fundamentos de mecánica de fluidos*. 3ra Edición. México. Editorial Limusa.

Potter C., y Wiggert D. *Mecánica de fluidos*. 3ra Edición. México. Editorial Thomson.

Shames I. 1995. *Mecánica de Fluidos*. 3ra Edición. Colombia. Editorial Mc Graw Hill Interamericana.

Streeter V, Wylie B & Bedford K. 2000. *Mecánica de fluidos*. 9.na Edición. Colombia. Editorial Mc Graw-Hill.

Usunáris, BU & Usunáris SP. 2012. *Diccionario biográfico de matemáticos*. [seriada en línea]. Madrid. Disponible en: http://oa.upm.es/14868/3/diccionario_biografico_ de_matematicos.pdf

White F. 2004. *Mecánica de fluidos*. 5ta Edición. España. Editorial Mc Graw Hill.

MECÁNICA DE FLUIDOS I
es una publicación del
Fondo Editorial de la Universidad Católica
Los Ángeles de Chimbote, Perú

FONDO EDITORIAL DE LA UNIVERSIDAD CATÓLICA
LOS ÁNGELES DE CHIMBOTE

ISBN: 978-612-4308-16-1

9 786124 308161